Oppgave 1 (V2015 del2, 3 poeng)



Punktene *B* og *C* på figuren ovenfor deler diameteren *AD* i tre like store deler. Alle buene i figuren er sirkelbuer.

Sett *AD*  *a* og bestem forholdet mellom arealet av sirkelen og arealet av det svarte området.

Vi bruker CAS for å finne den eksakte verdien av arealet av sirkelen:



Legg merke til at vi skriver := for at CAS skal huske at verdien av «sirkel» er

Vi bruker CAS for å finne den eksakte verdien av det sorte området:



Så bruker vi CAS til å finne forholdet:



Forholdet er lik 3

Oppgave 2 (V2015 del2, 5 poeng)



Gitt ovenfor. Lengden av diagonalen *BD*  8.

Bruk CAS til å bestemme lengdene av sidene i firkanten eksakt.

Vi finner først lengden av :

Vi buker CAS:



Legg merke til at lengdene skal finnes eksakt. Derfor bruker man: 

Lengden av side er .

Vi kan bruke sinussetningen for å finne lengden av ved hjelp av .



Lengden av side er

I den rettvinklede trekanten er

Da er lengden av den korteste kateten lik halvparten av hypotenusen.

Vi bruker CAS for å finne CD:



Lengden av side er

Oppgave 3 (H2014 del2, 4 poeng)



Figuren ovenfor er sammensatt av et rektangel med lengde *x* og bredde *b*, og et kvadrat med sider *x*. Figuren har areal lik c.

1. Forklar hvorfor *x* må være en løsning av likningen

Arealet er lik summen av kvadratet med areal og rektangelet med areal . Derfor er

Allerede for 4000 år siden var babylonerne i stand til å løse andregradslikninger av samme type som likningen i oppgave a).

Babylonerne brukte et geometrisk resonnement. De startet med figuren i oppgave a) og tegnet så rektangler og kvadrater som vist nedenfor.



1. Vis at arealet av kvadratet *ABCD* er gitt ved .
2. Forklar hvorfor *x* må være den positive løsningen av likningen

Vi har vist i b) at arealet kunne uttrykkes som

I tillegg kan vi uttrykket arealet som sidelengde opphøyd i andre. Her er sidelengden lik .

Derfor kan arealet også uttrykkes som .

Da må være en løsning av likningen

Det må være den positive løsningen siden er en lengde.

1. Bruk oppgave c) til å vise at

Vi bruker CAS:



Siden er et positivt tall, og er et positivt tall, så er negativt.

Da er det første løsningen som er den positive, så

Oppgave 4 (H2014 del2, 4 poeng)

Gitt punktene og

Et punkt *P* ligger på den rette linjen *l* som går gjennom punktene *B* og *C*.

1. Forklar at koordinatene til *P* kan skrives på formen .



Vi finner likningen til linja som går gjennom punktene og .

Stigningstallet til linja er:

Linja skjærer y aksen i punktet , så konstantleddet til linja er 4.

Likningen til linja er derfor

Koordinatene til er

1. Bestem ved regning koordinatene til *P* slik at arealet av blir halvparten så stort som arealet av .

Arealet av er lik:



Arealet av er lik:

I tillegg er det samme som andrekoordinatet til punktet , så , og vi vet at . Vi vil at arealet skal bli 5, så vi må løse likningen:

Førstekoordinatet til må være , da må andrekoordinatet være

Da må



Oppgave 5 (H2014 del2, 4 poeng)

Gitt to ulike trekanter *ABC som* er slik at og .

1. Lag en skisse som viser hvordan de to trekantene kan se ut.



1. Sett opp uttrykk som du kan bruke til å bestemme lengden av siden *AB* i hver av trekantene. Bruk uttrykkene til å bestemme de to lengdene.

CAS:



Så og

Da er:

Vi bruker så cosinussetningen:

CAS:



Så cm

CAS:



Så cm

Oppgave 6 (H2014 del2, 4 poeng)



En tomt har form som vist på figuren ovenfor. Bestem arealet av tomta ved regning.

Vi finner først lengden av diagonalen :

CAS:



 m.

Cosinussetningen:

## CAS:

##

## Så

## Arealet av tomta er lik:

## CAS:

##

Arealet av tomta er 6182,3 kvadratmeter.

Oppgave 7 (V2014 del2, 4 poeng)



En båt ligger fortøyd ved en brygge med et stramt tau som går fra *C* til *B*. Tauet er 3,0 m langt. Se skissen ovenfor.

1. Bestem avstanden *AB* fra båten til bryggen når .

CAS:



 m

Vannstanden synker med 30 cm.

1. Bestem avstanden fra båten til bryggen nå.

Før vannstanden sank var AC gitt ved:

CAS:



 m

Etter at vannstanden sank ble m, mens må fortsatt være 3,0 m lang.

Da må

CAS:



Nå er m

Oppgave 8 (V2014 del2, 4 poeng)

 har grunnlinje . Punktet D ligger på AB. CD = 6 og . Se skisse under.



Vi setter BD = x.

1. Vis at sammenhengen mellom lengden x og omkretsen *f* (*x*) av er gitt ved

For å finne omkretsen må vi finne lengdene av og .

Omkretsen kalles for og den er gitt ved:

1. Bestem *x* slik at omkretsen av  *ABC* blir minst mulig.

Forklar at trekanten da vil være likebeint.

Vi kan bruke CAS for å finne nullpunktet til den deriverte:



Av grafen kan vi se at det er et bunnpunkt i grafen til når



Hvis vil omkretsen være så liten som mulig, da vil punktet være midtpunktet i , og trekanten vil være likebeint.

Oppgave 9 (V2014 del2, 2 poeng)

Petter får i oppgave å vise at når omkretsen av trekanten i oppgave 8 er minst mulig, er trekanten likebeint. Han løser oppgaven med figurer. Se nedenfor.

Ved hjelp av figurene viser han hvor punktet *D* må plasseres på linjestykket *AB* for at lengden *AC*  *CB* i figur 1 skal bli kortest mulig.

Forklar hva Petter har gjort, og at han har løst oppgaven riktig.



Ved å kutte i to og forskyve og vende den mørkeblå delen kommer han fra figur1 til figur 4. Omkretsen til tilsvarer da . Den korteste avstanden mellom 2 punkter er en rett linje, så blir minst mulig dersom plasseres i .

 siden de er toppvinkler. I tillegg er begge de blå trekantene rettvinklede. De er derfor formlike, og siden må også og .

Oppgave 10 (V2014 del2, 3 poeng)



Regn ut arealet av .

Vi bruker cosinussetningen for å finne

CAS:



Vi bruker arealsetningen:

Areal

CAS:



Arealet av er 8,2 (ingen benevning)

Oppgave 11 (H2013 del2, 2 poeng)



Et område *ABCDE* har form som vist på figuren ovenfor.

1. Bestem arealet av ved regning.

Siden må m.

Da er arealet av :

CAS:



Arealet av er 9 m2.

1. Bestem lengden CE ved regning.

Cosinussetningen:

CAS:


 m

1. Bestem lengden *BC* ved regning.

Vi finner :

CAS:



Her er

Da er

CAS:



 m.

Oppgave 12 (H2013 del2, 2 poeng)

Vis at det finnes to ulike trekanter som tilfredsstiller de tre kravene nedenfor.

* En side i trekanten skal være 5,0 cm
* En side i trekanten skal være 8,0 cm
* Arealet av trekanten skal være 17,5 cm2

Begge de kjente sidene danner en vinkel sammen, siden de inngår i en trekant.

Vi setter opp arealsetningen:

CAS:



Det finnes to trekanter som oppfyller kravene, en der og en annen der

Oppgave 13 (H2013 del2, 6 poeng)



Gitt ovenfor.

1. Bestem lengden av diagonalen *BD* ved regning.

Vi finner :

Vi finner lengden av :

CAS:



1. Bestem arealet av firkanten ved regning.

For å finne arealet av firkanten kan vi legge sammen arealene av og .

For å finne arealet av trenger vi lengden . Vi finner og bruker cosinussetningen:



, nå kan vi bruke arealsetningen:



Vi kan bruke arealsetningen for å finne arealet av , men vi må først finne . Til dette bruker vi cosinussetningen:



, vi kan nå bruke arealsetningen, og legge sammen arealene av begge trekantene:



Arealet av firkanten er 29,3.

Oppgave 14 (V2013 del2, 2 poeng)

I en rettvinklet trekant er den lengste kateten 4,0 cm. En av vinklene i trekanten er . Bestem lengden av den korteste kateten og hypotenusen i denne trekanten ved regning.



Siden den ene vinkelen er 60 må den siste være . I en slik rettvinklet trekant er hypotenusen dobbelt så lang som den korteste kateten.

Vi har to ukjente sider, og , og sammenhengen mellom dem er: .

Vi bruker Pytagorassetningen:

CAS:



Her er kun den positive løsningen av interesse, så

Da er

Oppgave 15 (V2013 del2, 6 poeng)



Ovenfor ser du et rektangel *ABCD* som er innskrevet i en sirkel. Sirkelen har sentrum i *S.*

1. Bestem radius i sirkelen dersom rektangelet skal ha lengde 10,0 og bredde 5,0.

For at trekanten skal ha lengde 10 må , og den minste kateten i den mørke rettvinklede trekanten må være .

Vi bruker pytagoras for å regne ut :



Sirkelen må ha radius:

Et rektangel med lengde 2*x* er innskrevet i en sirkel med radius 10.

1. Vis at arealet av det innskrevne rektangelet kan skrives som

Vi må finne lengden av , uttrykt med .

Den lille kateten i den rettvinklede trekanten er:

Da er

Arealet av rektangelet er derfor:

1. Bestem det største arealet rektangelet kan ha. Bestem lengden og bredden i dette rektangelet.

Vi tegner grafen til og finner toppunktet med kommandoen ekstremalpunkt:





Det største arealet rektangelet kan ha er 200, da er lengde = bredde = 14,14: rektangelet er et kvadrat.