

Kapittel 3. Prosentregning



I dette kapitlet skal vi repetere og utvide prosentregningen fra grunnskolen.

Hovedemnene er:

- Forstå hva prosent er.
- Regne ut hvor mange prosent noe er av noe annet (finne prosenttallet).
- Regne ut hvor mye en bestemt prosent av noe er (prosenttallet er oppgitt).
- Regne ut hvilket tall en startet med hvis prosenttallet og prosenten er oppgitt.
- Bruke vekstfaktor for å finne ny verdi hvis noe øker eller minker med et bestemt prosenttall.
- Prosentpoeng.

Du får også bruk for prosentregning i de fleste av de andre kapitlene i boka.



Mål for kapittel 3.

Prosentregning



Kompetansemål

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- regne med prosent og vekstfaktor, gjøre suksessive renteberegninger og regne praktiske oppgaver med eksponentiell vekst

Læringsmål

Etter at du har arbeidet med dette kapittelet skal du sette kryss i de boksene som tilhører de læringsmålene du har oppnådd. Det er viktig at du er ærlig og at du ikke krysser i de boksene som du føler at du ikke kan. På den måten vet du på hvilket område du må forbedre deg.

Etter dette kapittelet vet jeg

- hva prosent betyr
- hvordan jeg regner prosent av en mengde
- hvordan jeg finner ny verdi når prosentavslaget er gitt
- hvordan jeg finner gammel verdi fra nedsatt verdi og oppgitt prosentavslag
- hva vekstfaktor er og hvordan vi bruker den til å regne med renter og verdier som strekker seg over lang tid
- hvordan jeg legger inn prosentregningsformler i et regneark i Excel

Etter dette kapittelet kan jeg forklare

- hvorfor prosent er et nyttig verktøy
- hvorfor jeg kan finne ny og original verdi ved å få oppgitt prosentsats
- hvordan jeg kan bruke veien om 1% i prosentberegninger
- hva vi mener med eksponentiell vekst

Etter dette kapittelet kan jeg vurdere og

- gi eksempler på bruk av prosent og vekstfaktor i dagliglivet
- lage og løse tekstoppgaver knyttet til prosent
- delta i en diskusjon rundt endring i prosent/verdi og oppgi begrunnelse for argumentene dine
- se sammenhenger ved hjelp av tabeller, diagram og funksjonsuttrykk
- sortere informasjon oppgitt i tekst

Utforskende oppgave – omgjøring til 100

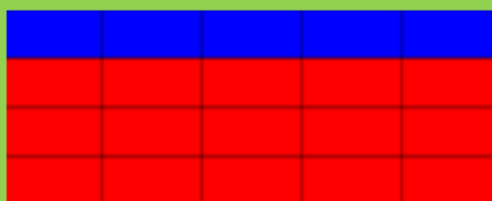
Under ser du tabeller med ulikt antall ruter. Hver tabell er en oppgave, og du skal gjøre deloppgavene under for hver tabell.

Rutene i hver tabell er enten rød eller blå. Din oppgave er:

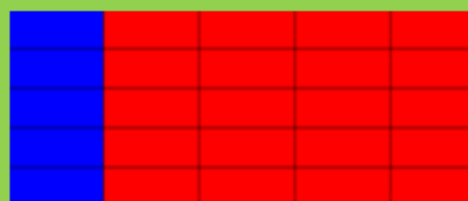
- Tell antall blå ruter og tell antall ruter til sammen i tabellen (både rød og blå)
- Skriv antall blå ruter i forhold til antall ruter til sammen som en brøk

Tenk deg at du kunne kopiere tabellen

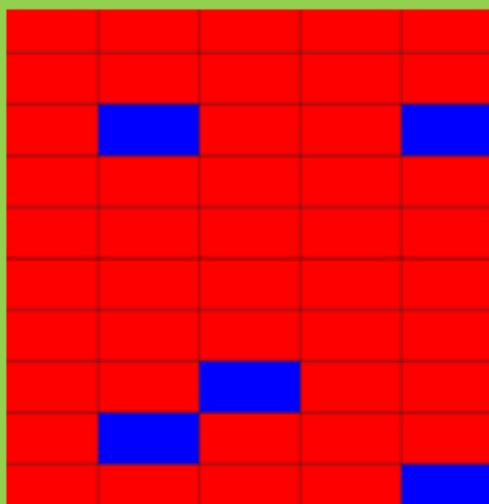
- Hvor mange eksemplarer til sammen av tabellen måtte du hatt for å få 100 ruter til sammen?
- Hvor mange blå ruter ville du da ha hatt? Skriv dette som en ny brøk hvor du bruker dette antallet i telleren og 100 i nevneren
- Hva har du egentlig kommet frem til nå?



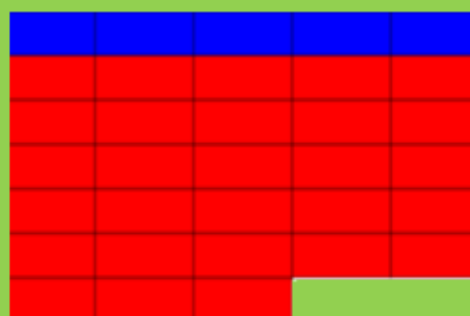
$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{3}{15} * \frac{100}{100} = \frac{20}{100}$$



$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{4}{20} * \frac{100}{100} = \frac{20}{100}$$



$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{5}{50} * \frac{100}{100} = \frac{20}{100}$$



$$\frac{\text{antall blå}}{\text{antall til sammen}} = \frac{5}{25} * \frac{100}{100} = \frac{20}{100}$$

1. Å regne ut en prosent

Alle har hørt om prosent, men ikke alle har forstått hva det egentlig er.

Her er et eksempel hvor det er naturlig å bruke prosentregning. Figuren under skal forestille en liten klasse på 10 elever. 4 av disse elevene fikk karakteren 5 i matematikk.

5	5	5	5						
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--

Dette er en annen klasse på 30 elever. Her fikk 6 elever karakteren 5.

5	5	5	5	5	5				

Den største klassen har flest femmere, men alle vil vel likevel si at den minste klassen har best resultater i toppen fordi den største klassen har 3 ganger så mange elever, men bare 1,5 ganger så mange femmer-elever ($6 : 4 = 1,5$).

I slike situasjoner er det naturlig å regne ut *brøkdelen* av femmer-elever i hver klasse og sammenligne størrelsen av brøkene $\frac{4}{10}$.

Brøkdelen av femmer-elever i den minste klassen: $\frac{4}{10}$

Brøkdelen av femmer-elever i den største klassen: $\frac{6}{30}$

Det er vanlig å gjøre om brøkene til *hundredeler* for å sammenligne dem. Dette gjør vi lettest ved å dividere teller med nevner i hodet eller på kalkulator. Så kan vi skrive svaret som desimaltall, hundredeler eller *prosenttall*:

Brøkdelen av femmer-elever i den minste klassen: $\frac{4}{10} = 0,4 = \frac{40}{100} = 40\%$

Brøkdelen av femmer-elever i den største klassen: $\frac{6}{30} = 0,2 = \frac{20}{100} = 20\%$

Vi sier at 40 % av elevene i den minste klassen fikk 5, og 20 % av elevene i den største klassen fikk 5.

Prosent er bare en kortere måte å skrive *hundredeler* på.

25 % betyr $\frac{25}{100}$, som er lik 0,25 med desimaltall. 0,25 kaller vi *prosentfaktorprosenttallet* $\frac{25}{100}$.

Eksempel 1

En sofa koster 6000 kr. Selgeren gir 600 kr i rabatt. Hvor mange prosent rabatt gir han?

Vi finner ut hvor stor del 600 er av 6000 ved å regne ut brøken $\frac{600}{6000}$

$$\frac{600}{6000} = 0,1 = 10 \%$$

Han gir 10 % rabatt.

Oppgave 1

Jonas skal kjøpe en bukse til 500 kroner. Han oppdager en liten flekk på buksen og blir derfor tilbudt 100 kr i avslag. Hvor mange prosent avslag blir han tilbudt? **Uten kalkulator!**

Oppgave 2

Aisha hadde en timelønn på 150 kr. Hun fikk en lønnsøkning på 30 kr timen. Hvor mange prosent utgjorde dette? **Uten kalkulator!**

Eksempel 2

I en klasse på 25 elever kom 8 elever for sent til 1. time.

- Hvor mange prosent kom for sent?
- Hvor mange prosent kom tidsnok?

Vi regner ut forholdet $\frac{8}{25}$. Disse tallene kan vi regne uten kalkulator:

$$\frac{8 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{32}{100} = 32 \%$$

- 32 % kom for sent.
- Resten kom tidsnok: $100 \% - 32 \% = 68 \%$

Oppgave 3

I en klasse på 20 elever var det 14 jenter. Hvor mange prosent av elevene var jenter? Hvor mange var gutter? **Uten kalkulator**

Eksempel 3

2817 av 11 200 velgere stemte på AP i et kommunevalg. Hvor mange prosent stemte AP?

Vi gjør om til desimaltall: $\frac{2817}{11200} = 0,252 = 25,2 \%$

25,2 % av velgerne stemte AP.

Oppgave 4

I 2010 var det ca. 4 860 000 innbyggere i Norge. Av disse var 637 356 mellom 10 og 19 år. Hvor stor prosent av befolkningen var mellom 10 og 19 år?

Ofte skal vi finne hvor mange prosent noe *forandrer* seg. Det gir samme type regning som i eksemplene ovenfor

Eksempel 4

Ei bukse kostet 600 kr og ble satt ned 200 kr. Hvor mange prosent ble buksa satt ned?

Her skal vi finne ut hvor mye 200 kr er av 600 kr.

Vi gjør om til desimaltall: Prosentforandring = $\frac{200}{600} = \frac{1}{3} = 0,333$

Buksa ble satt ned med 33,3 %.

Fordi $\frac{200}{600} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ vil også mange si at den ble satt ned med 1/3 av opprinnelig pris.

Oppgave 5

Ei skjorte koster 300 kr. Tre skjorter koster da egentlig 900 kr, men du betaler bare for to, og får derfor 300 kr i rabatt. Hvor mange prosent rabatt får du hvis du kjøper tre skjorter?

Uten kalkulator!

Eksempel 5

Jonas veide 80 kg. Etter en periode med mye usunn mat hadde vekten økt til 88 kg. Hvor mange prosent hadde vekten økt?

Vi finner først økningen i kg. Den er 88 kg – 80 kg = 8 kg. Førverdien var 80 kg.

Vi regner ut: $\frac{8}{80} = 0,1 = 10 \%$

Vekten har økt 10 %. Denne utregningen gjør vi uten kalkulator!

Oppgave 6

Timelønnen til Tahir økte fra 160 kr til 176 kr. Hvor mange prosent økte lønnen?

Uten kalkulator!

Eksempel 6

Etter en mageinfeksjon sank vekten til Emma fra 64 kg til 60 kg. Hvor mange prosent minket vekten hennes?

Hun mistet $64 \text{ kg} - 60 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$

Vi finner forandringen i prosent ved å gjøre om til desimaltall

$$\frac{4}{64} = 0,0625 = 6,25 \%$$

Vekten minket 6,25 %.

Oppgave 7

I 1960 var verdensrekorden på 500 m skøyter for menn 40,20 s. I 2013 var den 34,03 s. Hvor mange prosent sank rekorden fra 1960 til 2013? **Bruk kalkulator**

2. Prosentregning når prosenttallet er oppgitt

Denne metoden kalles ofte “Veien om 1” og kan også brukes til å løse andre problemer som omhandler forhold mellom to tall.

I eksemplene under viser vi begge metodene. Du velger selv hvilken du vil bruke.

Eksempel 7

På en skole er det 600 elever. 20 % av elevene går på yrkesfag. Hvor mange elever går på yrkesfag?

Metode 1:

Vi finner ut hvor mange elever 1 prosent utgjør:

$$1 \% : \frac{600}{100} = 6 \text{ elever}$$

$$20 \% : 20 \cdot 6 = 120$$

120 elever går på yrkesfag.

Metode 2:

Vi gjør om til desimaltall:

$$20 \% = \frac{20}{100} = 0,20$$

$$600 \cdot 0,20 = 120$$

Oppgave 8

I en klasse på 30 elever hadde 60 % valgt 1P. Hvor mange elever hadde valgt 1P? Ikke bruk kalkulator!

Eksempel 8

I en klasse på 25 elever kom 32 % av elevene for sent. Hvor mange elever kom for sent?

Metode 1:

Vi finner ut hvor mange elever 1 prosent utgjør:

$$1 \% : \frac{25}{100} = 0,25 \text{ elever}$$

32 %:

Metode 2:

Vi gjør om til desimaltall:

$$32 \% = \frac{32}{100} = 0,32$$

$$0,32 \cdot 25 = 8$$

8 elever kom for sent. Sammenlign med eksempel 2.

Oppgave 9

På en skole med 548 elever gikk 31 % av elevene på Vg1. Hvor mange elever gikk på Vg1? Fordi prosenttallet ikke er helt nøyaktig, vil svaret ikke bli et helt tall. Da må du her runde det av til nærmeste heltall!

Eksempel 9

Under et salg er det 40 % rabatt på en bluse. Vanlig pris er 400 kr. Hvor mange kroner blir det gitt i rabatt?

Metode 1:

Vi finner ut hvor mange kroner 1 prosent utgjør:

$$1 \% : \frac{400}{100} = 4 \text{ kr}$$

$$40 \% : 40 \cdot 4 \text{ kr} = 160 \text{ kr}$$

Metode 2:

Vi gjør om til desimaltall:

$$40 \% = \frac{40}{100} = 0,40$$

$$0,40 \cdot 400 \text{ kr} = 160 \text{ kr}$$

Rabatten er 160 kr.

Oppgave 10

I en klasse på 30 elever sluttet 13,3 % i løpet av skoleåret. Hvor mange av elevene i klassen sluttet?

Oppgave 11

I en bestemt type kunstgjødsel er det 17 % nitrogen, 13 % kalium og 5 % fosfor. Hvor mange kilogram nitrogen, kalium og fosfor er det i en sekk med 40 kg gjødsel?

Oppgave 12

På de fleste matvarer unntatt mat betales en merverdiavgift (mva) på 25 %. Hvor stor er merverdiavgiften på en vare som koster 90 kr uten mva?

3. Finne "førverdien" i prosentregning

Eksempel 10

Hvis prisen øker 10 % på en vare som koster 500 kr, regner vi ut prisøkningen i kroner slik:

$$500 \cdot 0,10 = 50$$

Hva om vi isteden får vite at 10 % økning tilsvarer 50 kr, og ut fra dette skal beregne prisen før økningen?

Her viser vi bare metode 1, vi finner først hvor mange kroner 1 % utgjør, så 100 %:

$$1\%: \frac{50}{10} = 5 \text{ kr}$$

$$100\%: 100 \cdot 5 \text{ kr} = 500 \text{ kr}$$

Prisen før økningen var 500 kr

Oppgave 13

En TV ble satt ned med 20 %. Da ble den 1000 kr billigere. Hvor mye kostet den før den ble satt ned? Ikke bruk kalkulator!

Eksempel 11

15 % av elevene på en skole er dagligrykere. Dette utgjør 60 elever. Hvor mange elever er det på skolen?

Vi finner først ut hvor mange elever 1 % utgjør, så 100 %:

$$1\%: \frac{60}{15} = 4 \text{ elever}$$

$$100\%: 100 \cdot 4 \text{ elever} = 400 \text{ elever.}$$

Det er 400 elever på skolen. Sjekk gjerne at 15 % av 400 virkelig er lik 60!

Oppgave 14

Marius jobbet 4 timer overtid en bestemt uke. Dette utgjorde 12,5 % av arbeidstimene hans. Hvor mange timer jobbet han denne uka?

Utfyllingsoppgave – prosentregning

I denne oppgaven skal du reflektere litt rundt prosentbegrepet og bruke dette i utregninger

1. Hva betyr prosent?
2. Skriv som hundredeler, desimaltall og prosent:

Brøk	Hundredeler	Desimaltall	Prosent
$\frac{1}{2}$	= $\frac{\quad}{100}$	=	=
$\frac{1}{3}$	=	=	=
$\frac{1}{4}$	=	=	=
$\frac{1}{5}$	=	=	=
$\frac{4}{200}$	=	=	=

3. 5 av 25 elever spiser matpakka i kantina. Hvor mange prosent tilsvarer det?
4. Hanna har 1000 kr i banken. Etter at hun har satt inn bursdagspengene fra mormor har hun 1250 kr i banken. Hvor mange prosent mere penger har Hanna i banken nå?
5. I en kasse er det 1000 legoklosser. 15% av klossene er røde.
 - a) Hvor mange klosser er 10%?
 - b) Hvor mange klosser er 5%?

- c) Kan du bruke svaret i a) og b) til å finne hvor mange klosser som er røde? Vis.
6. Ole kjøper en skjorte på salg. Skjorta kostet før salget 500 kr. Den er nå på salg til 30% rabatt.
- a) Hvor mange prosent er 500 kr her? _____
- b) Forklar hvorfor den nye prisen på skjorta er 70% av den opprinnelige prisen
- c) Hvor mange kroner er 10%?
- d) Kan du bruke svaret i b) og c) til å finne ut hva Ola må betale for skjorta på salg? Vis.
7. Caspian har spilt med Pokemon kortene sine og tapt 5% av dem. Han har nå 475 kort igjen.
- a) Hvor mange prosent er 475 kort her?
- b) Hvor mange kort er 1%?
- c) Hvor mange prosent kort hadde han før han startet å spille? _____
- d) Kan du bruke svaret i b) og c) til å finne ut hvor mange kort han hadde før han startet å spille? Vis.
8. Dag har kjøpt nye skjorter. Han har økt antallet skjorter med 10% og har nå 22 skjorter i skapet.
- a) Hvor mange prosent er 22 skjorter her?
- b) Hvor mange skjorter er 1%?
- c) Hvor mange prosent skjorter hadde han før han kjøpte de nye? _____
- d) Kan du bruke svaret i b) og c) til å finne ut hvor mange skjorter han hadde i skapet før han kjøpte nye? Vis.

4. Vekstfaktor^[OBJ].

Mye prosentregning handler om å finne en ny verdi når vi kjenner førverdien og vet hvor mange prosent førverdien øker eller minker. Da er begrepet **vekstfaktor** svært nyttig.

Vekstfaktoren er **desimaltallet** som forteller oss hvor mange prosent den nye verdien er av den gamle verdien etter en endring.

Hvis verdien øker er vekstfaktoren større enn 1

Eksempel 12

a) Prisen på en bukse stiger med 13 %.

1) Hvor mange prosent er den nye prisen av den gamle prisen?

Den gamle prisen er 100 %. Den nye prisen er $100 \% + 13 \% = 113 \%$ av den gamle prisen.

2) Hva er vekstfaktoren?

Siden $113 \% = \frac{113}{100} = 1,13$, er vekstfaktoren 1,13

b) Årslønna til Tina økte med 4 %

1) Hvor mange prosent er den nye lønna av den gamle lønna?

Den gamle lønna er 100 %. Den nye lønna er $100 \% + 4 \% = 104 \%$ av den gamle lønna.

2) Hva er vekstfaktoren?

Siden $104\% = \frac{104}{100} = 1,04$, er vekstfaktoren 1,04.

Eksempel 13

Hva er vekstfaktorene som svarer til en økning på 16 %? På 30 %? På 3 %? På 2,5 %?
På 100 % ?

16 % økning gir vekstfaktoren $100 \% + 16 \% = 116 \% = 1,16$.

30 % økning gir vekstfaktoren $100 \% + 30 \% = 130 \% = 1,30$ (eller 1,3).

3 % økning gir vekstfaktoren $100 \% + 3 \% = 103 \% = 1,03$.

2,5 % økning gir vekstfaktoren $100 \% + 2,5 \% = 102,5 \% = 1,025$.

100 % økning gir vekstfaktoren $100 \% + 100 \% = 200 \% = 2,00$ (eller 2).

100 % økning er altså en *fordobling*.

Oppgave 15

Skriv opp vekstfaktorene som svarer til en økning på 17 %, 60 %, 6 %, 7,5 %, 0,5 % og 200 %.

$$\text{Ny verdi} = \text{førverdi} \cdot \text{vekstfaktor}$$

Eksempel 14

På de fleste varer vi kjøper, er noe av prisen vi betaler en såkalt merverdiavgift (mva) til staten. På mange varer er mva 25 % av prisen uten mva, som er den prisen butikken egentlig tar for varen.

Prisen *uten* mva på en mobiltelefon er 3040 kr. Hva er prisen *med* mva?

Vekstfaktoren som svarer til 25 % økning er $100 \% + 25 \% = 125 \% = 1,25$.

Prisen med mva = $3040 \text{ kr} \cdot 1,25 = 3800 \text{ kr}$.

(Det er altså denne prisen vi må betale i butikken.)

Oppgave 16

På mat er merverdiavgiften (mva) 15 %. Et brød koster 23,13 kr *uten* mva. Hva er prisen *med* mva?

Hvis verdien synker er vekstfaktoren mindre enn 1

Eksempel 15

a) En T-skjorte blir satt ned 30 %.

1) Hvor mange prosent er den nye prisen av den gamle prisen?

Den gamle prisen er 100 %. Den nye prisen er $100 \% - 30 \% = 70 \%$ av den gamle prisen

2) Hva er vekstfaktoren?

Siden $70 \% = \frac{70}{100} = 0,70$, er vekstfaktoren 0,70.

b) Verdien av en bil sank med 6 % i løpet av et halvt år.

1) Hvor mange prosent er den nye verdien av den gamle verdien?

Den gamle verdien er 100 %. Den nye verdien er $100 \% - 6 \% = 94 \%$ av den gamle .

2) Hva er vekstfaktoren?

Siden $94 \% = \frac{94}{100} = 0,94$, er vekstfaktoren 0,94

Oppgave 17

Ei bukse koster 500 kr i butikk A. I butikk B koster den 20 % *mindre*. Regn med vekstfaktor på samme måte som tidligere og finn hvor mye buksa koster i butikk B

Verdt å merke seg: Når noe blir mindre, kan det i oppgaver stå at det *minker, minsker, blir lavere, avtar, settes ned* eller *reduseres*.

Eksempel 16

Hva er vekstfaktorene som svarer til en minking på 38 %? På 5 %? På 1,5 %? På 95 %?

38 % minking gir vekstfaktoren $100 \% - 38 \% = 62 \% = 0,62$.

5 % minking gir vekstfaktoren $100 \% - 5 \% = 95 \% = 0,95$.

1,5 % minking gir vekstfaktoren $100 \% - 1,5 \% = 98,5 \% = 0,985$.


95 % minking gir vekstfaktoren $100 \% - 95 \% = 5 \% = 0,05$.

Oppgave 18

Skriv opp vekstfaktorene som svarer til en minking på 17 %, 50 %, 6 %, 7,5 % og 0,5 %.

Oppgave 19

Hvor stor blir den nye verdien i forhold til den gamle hvis noe minker med 50 %?

Med 100 %? 

Oppgave 20

En ny bil koster 420 000 kr. Etter ett år er verdien redusert med 15 %. Bruk vekstfaktor og regn ut verdien til bilen etter ett år

5. Flere prosentvise forandringer etter hverandre

Eksempel 17

I en frisørsalong kostet en hårklipp 400 kr. Ett år senere hadde prisen økt med 5 %, og etter enda ett år hadde den økt med 10 % til. Hva var prisen til slutt? Hvor mange prosent hadde prisen økt i løpet av disse to årene?

Vi bruker vekstfaktor og finner:

$$\text{Pris etter ett år: } 400 \text{ kr} \cdot 1,05 = 420 \text{ kr}$$

$$\text{Pris etter to år: } 420 \text{ kr} \cdot 1,10 = 462 \text{ kr}$$

$$\frac{462 \text{ kr}}{400 \text{ kr}} = 1,155 = 115,5\%$$

Prisen har økt med $115,5\% - 100\% = 15,5\%$.

Legg merke til at den samlede prisøkningen er *mer* enn $5\% + 10\% = 15\%$!

Det er ikke nødvendig å regne ut prisen etter ett år. Vi kan heller regne slik:

$$\text{Pris etter to år: } 400 \text{ kr} \cdot 1,05 \cdot 1,10 = 462 \text{ kr}$$

Oppgave 21

I 2010 var timeprisen på et bilverksted 900 kr. Den økte med 6 % i 2011 og 8 % i 2012. Hva var timeprisen i 2012? Hvor mange prosent steg timeprisen fra 2010 til 2012?

Løs helst oppgaven uten å regne ut timeprisen i 2011 (se eksempel 18).

Eksempel 18

Prisen på et klesplagg er 500 kr. Prisen minker først med 30 % og etter en stund øker den igjen med 30 %. Hva er prisen til slutt?

$$\text{Prisen til slutt: } 500 \text{ kr} \cdot 0,70 \cdot 1,30 = 455 \text{ kr}$$

Hvorfor kommer ikke prisen tilbake til 500 kr i **eksempel 19**?

1. 30 % avslag på 500 kr blir 150 kr, slik at ny pris blir 350 kr.
2. Økningen på 30 % skal regnes av 350 kr, ikke 500 kr, slik at økningen blir bare 105 kr.
3. Sluttprisen blir da 455 kr.

Oppgave 22

Prisen på en vare var 200 kr. Den ble satt opp med 20 %. Salget gikk dårlig, så etter en stund ble prisen satt ned med 20 %. Hva ble da prisen til slutt? Hvorfor ble ikke denne prisen 200 kr?

Oppgave 23

Spiller det noen rolle for sluttprisen på en vare om den først stiger 30 % og så synker 20 %, eller om den først synker 20 % og så stiger 30 %? 🤔

Eksempel 19

Sparing av penger på en bankkonto er en vanlig anvendelse av flere prosentvise tillegg. Hvis vi setter for eksempel 10 000 kr i banken 1. januar, vil vi etter ett år få *renter* av pengene slik at beløpet på kontoen øker. Renten er en viss prosent av det beløpet vi har på kontoen. Renteprocenten forandrer seg ofte, men her antar vi at prosenten holder seg fast på 3 % gjennom mange år. Da regner vi slik:

Etter ett år har vi i banken: $10000 \text{ kr} \cdot 1,03 = 10300 \text{ kr}$.

Etter to år har vi i banken: $10300 \text{ kr} \cdot 1,03 = 10609 \text{ kr}$.

Etter tre år har vi i banken: $10609 \text{ kr} \cdot 1,03 = 10927,27 \text{ kr}$.

Vi ser at beløpet øker mer og mer for hvert år, fordi vi får rente også av de forrige års rente.

Hvis vi vil regne ut hvor mye vi har etter 10 år, kan vi regne ut det direkte ved å legge merke til at vi ganger med 1,03 for hvert år som går. 1,03 multiplisert med seg selv ti ganger kan vi skrive som potensen $1,03^{10}$, som er lik 1,343916.

Etter ti år har vi i banken: $10000 \text{ kr} \cdot 1,03^{10} = 13439,16 \text{ kr}$.

Legg merke til at penger i banken alltid regnes nøyaktig på øret, altså med to desimaler, selv om minste mynten som brukes nå er 1 krone.

Oppgave 24

Finn først ut hvordan du regner ut en potens på kalkulatoren din, for eksempel $1,035^{10}$.

Du setter 5000 kr i banken til 3,5 % årlig fast rente. Hvor mye har du i banken etter 5 år? Etter 10 år? Etter 20 år?

Eksempel 20

Det er vanlig å anta at verdien av en bil avtar med en fast prosent hvert år, inntil den blir vraket. En bil koster 380 000 kr som ny. Verdien minker 15 % i året i 10 år. Hvor mye er bilen verdt etter 10 år?

15 % minking svarer til vekstfaktoren $100 \% - 15 \% = 85 \% = 0,85$. For hvert år som går, finner vi verdien ved å multiplisere forrige års verdi med 0,85. Etter 10 år har vi multiplisert nybilverdien med 0,85 10 ganger. Da får vi:

Verdien etter 10 år: $380000 \text{ kr} \cdot 0,85^{10} = 74800 \text{ kr}$ (litt avrundet).

Oppgave 25

En bærbar PC koster 9800 kr som ny. Vi regner med at verdien minker med 25 % i året, inntil ingen vil ha den lenger når den blir mer enn fem år. Hvor mye er PCen verdt etter 5 år?



Eksempel 21

Årslønna til Mona var 389 500 kr i 2012. Den hadde økt med 2,5 % siden 2011. Hva var årslønna hennes i 2011?


Husk at 2,5 % økning gir vekstfaktoren $100 \% + 2,5 \% = 102,5 \% = 1,025$.

$$x \cdot 1,025 = 389500$$

$$x = \frac{389500}{1,025} = 380000$$

Årslønna til Mona var 380 000 kr i 2011.

Oppgave 26

Tina veide 5150 g da hun var 7 uker gammel. Da hadde hun lagt på seg 12 % siden hun var 5 uker. Hvor mye veide hun da hun var 5 uker gammel? 



Eksempel 22

Prisen på en mobiltelefon er 3990 kr medregnet 25 % merverdiavgift (mva). Hva er prisen uten mva? Hvor stor er merverdiavgiften?

$$x \cdot 1,25 = 3990$$

$$x = \frac{3990}{1,25} = 3192$$

Prisen uten mva er 3192 kr.

Merverdiavgiften er $3990 \text{ kr} - 3192 \text{ kr} = 798 \text{ kr}$.

Oppgave 27



Prisen på et brød er 26,60 kr, medregnet 15 % mva. Hva er prisen uten mva? Hvor stor er merverdiavgiften på brødet?



Eksempel 23

Elevtallet i en klasse ved skoleslutt var 27. Det var 10 % *lavere* enn ved skolestart. Hvor mange elever var det ved skolestart?

Her er det så enkle tall at mange sikkert vil se svaret med en gang, men regnemåten er slik:

Her har elevtallet *minket* så vekstfaktoren må være mindre enn 1.


Vekstfaktoren er $100 \% - 10 \% = 90 \% = 0,90$.

$$x \cdot 0,90 = 27$$

$$x = \frac{27}{0,90} = 30$$

Det var 30 elever ved skolestart.

Oppgave 28

Etter at Jostein hadde vært på en ukes fottur, veide han 76 kg. Dette var 5 % mindre enn han veide like før turen. Hvor mye veide han før turen? 

Oppgave 29

Hassan tjener 138 kr timen. Dette er 8 % mindre enn Saras timelønn. Hva er Saras timelønn?



Oppgave 30

I juni og juli 2013 ble det i Oslo anmeldt 88 innbrudd i villaer. Dette var en nedgang på

42,5 % fra året før. Hvor mange innbrudd ble anmeldt i 2012?



Eksempel 24

Prisen på en vare er satt opp med 5 % fire ganger. Nå koster den 243 kr. Hva kostet varen opprinnelig?

Vekstfaktoren er $100\% + 5\% = 105\% = 1,05$. Vi kaller den opprinnelige verdien for x . Da kan vi sette opp likningen

$$x \cdot 1,05^4 = 243$$

$$x \cdot 1,2155 = 243$$

$$x = \frac{243}{1,2155} = 200$$

Varen kostet opprinnelig 200 kr.

Oppgave 31

Verdien til en aksje har sunket 3 % fem ganger på rad. Nå er den verdt 89 kr. Hva var den

verdt opprinnelig?



Utfyllingsoppgave – Prosentvis endring i flere perioder

I denne oppgaven skal du reflektere litt rundt vekstfaktorer og bruke dette i utregninger

1. Regn ut

$$4 \cdot 1 =$$

$$4 \cdot 1,5 =$$

$$4 \cdot 0,5 =$$

2. Her har vi multiplisert 4 med ulike tall.

a) Hva skjer med et tall når det multipliseres med noe som er større enn 1?

b) Hvor mye endres det når det multipliseres med 1,5?

c) Hva skjer med et tall som multipliseres med noe som er mindre enn 1?

d) Hvor mye endres det når det multipliseres med 0,5?

3. Finn vekstfaktoren til noe som øker med 3%

4. Finn vekstfaktoren til noe som avtar med 8%

5. Fyll ut tabellen

- a. Regn først ut vekstfaktorene ut fra endringen i prosent
- b. Regn så ut ny pris på en vare som koster 2500 kr i utgangspunktet.

Endring	Utregning = Vekstfaktor	Utregning = Ny pris
+200 %		
+100 %		
+ 50 %		
+ 30 %		
+12,5 %		
+10 %		
+ 1 %		
+ 0,1 %		
0,0 %		
-0,1 %		
-1 %		
-10 %		
-12,5 %		
-30 %		
-50 %		
-100 %		

6. Berit har 25 000 kr i banken. Hun setter ikke inn flere penger og tar heller ikke ut noe. Hun får 1,5% rente per år.
- a) Hva er vekstfaktoren i denne situasjonen her?

b) Hvor mye har Berit i banken om 1 år?

c) Hvor mye har Berit i banken om 10 år?

7. En bil som ble kjøpt for 5 år siden er i dag verdt 155 297 kr. Verdien har avtatt med 15% hvert år siden den var ny. Vi antar at verdien vil fortsette å avta på samme måte de neste årene fremover.

a) Hva er vekstfaktoren i denne situasjonen her?

b) Hva kostet bilen da den var ny?

c) Når er bilen verdt mindre enn vrakpanten på 3000 kr?

8. Noe å tenke på:

Hvorfor er $4 \cdot 1,5^{-1}$ mindre enn 4? Skriv ned forklaringen din.

Blandede oppgaver prosentregning

B1

(Eksamen 1P høsten 2012, Del 1)

Tidligere kostet en vare 50 kroner. Nå koster varen 90 kroner.
Hvor mange prosent har prisen økt med?

B2

Tidligere kostet en vare 90 kroner. Nå koster varen 50 kroner.
Hvor mange prosent har prisen minket med?

B3

(Eksamen 1P høsten 2011, Del 1)

I løpet av noen år steg Gretes lønn fra 160 kroner per time til 184 kroner per time.
Hvor mange prosent steg timelønnen?

B4

(Eksamen 1P våren 2015, Del 1)

Skriv som prosent

- a) 0,451
- b) $\frac{5}{25}$

B5

(Eksamen 2P våren 2015, Del 1)

En vare koster i dag 240 kr. Prisen er da satt ned med 20 %.

Hvor mye kostet varen **før** prisen ble satt ned?

B6

(Eksamen 2P våren 2016, del 1)

I butikk A koster en vare 150 kroner. I butikk B koster den samme varen 120 kroner.

- a) Hvor mange prosent høyere er prisen i butikken A sammenlignet med prisen i butikk B?
- b) Hvor mange prosent lavere er prisen i butikk B sammenlignet med prisen i butikk A?

B7

(Eksamen 2P høst 2016, del 1, 1p)

Ved en skole er det 135 jenter og 115 gutter.

Hvor mange prosent av elevene er jenter?

B8

(Eksamen 2P høst 2016, del 1, 1p)

En vare kostet like mye i butikk A og butikk B. Så ble prisen endret.

I butikk A ble prisen først satt opp med 10 %. Senere ble prisen satt ned med 10 %. I butikk B ble prisen først satt ned med 10 %. Senere ble prisen satt opp med 10 %.

Avgjør hvilken av de tre påstandene nedenfor som er riktig.

Påstand 1: Varen koster nå minst i butikk A.

Påstand 2: Varen koster nå minst i butikk B.

Påstand 3: Varen koster nå like mye i de to butikkene.

B9

- a) I et borettslag ble det stemt over et forslag som krevde $\frac{2}{3}$ flertall for å bli vedtatt. 46 av 74 stemte for forslaget. Ble forslaget vedtatt?
- b) I et annet borettslag stemte 81 for og 39 mot et forslag som også krevde $\frac{2}{3}$ flertall. Ble dette forslaget vedtatt?

B10

(Eksamen 1P våren 2014, Del 1)

Det bor ca. 7,2 milliarder mennesker på jorda. 15 % har ikke tilgang til rent vann. Omtrent hvor mange mennesker har ikke tilgang på rent vann?

B11

(Eksamen 2P våren 2008, Del 2)

I butikker ser en ofte tilbud av typen ”Ta tre, betal for to”.
Du får altså tre varer til prisen for to.

a) En klesbutikk hadde et slikt tilbud på T-skjorter. Der kostet én T-skjorte 129 kroner. Hvor mange prosent avslag vil du få ved å benytte deg av tilbudet ”Ta tre, betal for to”?

b) 🤔 I tegneseriestripen nedenfor har Pondus tolket tilbudet annerledes. Hvor mange prosent avslag fikk han?



B12



Hos en frisør betaler du full pris for de fire første klippene, men får 50 % rabatt på det femte. Hvor mange prosent rabatt får du hvis du ser på disse fem klippene samlet?

B13

(Eksamen 2P våren 2011, Del 1)

Tegn av tabellen nedenfor i besvarelsen din og fyll inn det som mangler.

Prosentvis endring	Vekstfaktor
+ 2 %	
- 68 %	
	0,25
	2

B14

- a) I følge Aftenposten 20. juni 2013 har antall leverte brev per postkasse gått ned fra 750 i år 2000 til 450 i 2012. Hvor mange prosent har antall brev per postkasse minket?
- b) 🤔 Posten antar at i 2020 vil antall brev ha falt til 230 per postkasse i året. De sier at da har to tredjedeler av posten forsvunnet på 20 år. Undersøk om denne påstanden er riktig.

B15

(Eksamen våren 2013, Del 1) 🤔

En vare koster nå 210 kr. Prisen er da satt ned med 30 %.
Hva kostet varen før prisen ble satt ned?

B16

I mai 2013 eksporterte norske bedrifter varer og tjenester for 72,9 milliarder kroner. Dette var 11,2 % mindre enn i mai 2012. Hvor stor var eksporten i mai 2012?

B17

(Eksamen 1P høsten 2012, Del 2)

Siri setter inn 12 000 kroner på en ny bankkonto. Hun lar pengene stå urørt og får 4,5 % rente per år.
Hvor mye vil hun ha på kontoen etter 15 år?

B18

(Eksamen 1P våren 2010, Del 1)

Stian har en bil som i dag er verdt 270 000 kroner. Verdien til bilen har avtatt med 10 % det siste året. Vi antar at verdien vil fortsette å avta med 10 % hvert år i årene framover.

- 1) Hvor mye vil bilen være verdt om ett år?
- 2) Hvor mye var bilen verdt for ett år siden?

B19

(Eksamen 1P våren 2011, Del 1)



En vare selges i to forskjellige butikker. Prisen er den samme i begge butikkene. I butikk A settes prisen opp med 20 %. I butikk B settes prisen først opp med 10 % og så etter noen dager med 10 % til. Marit påstår at prisen da fremdeles er den samme i begge butikkene.

Forklar Marit hvorfor dette ikke er riktig. Bruk gjerne et eksempel når du forklarer.

B20

(Eksamen 1P våren 2012, Del 1)

En bil koster 250 000 kroner. Bilens verdi avtar med 15 % per år.

Forklar hvilket av regnestykkene nedenfor som kan brukes for å finne hvor mye bilen er verd etter 10 år.

- 1) $250\,000 - 10 \cdot \frac{250\,000 \cdot 15}{100}$
- 2) $250\,000 \cdot 0,15^{10}$
- 3) $250\,000 \cdot 0,85^{10}$

B21

Fra 2009 til 2012 steg norske boligpriser i gjennomsnitt med 8,3 % hvert år. Hvor mange prosent steg boligprisene totalt fra 2009 til 2012? (Nei, svaret er ikke 24,9 %!)

B22

(Eksamen 1P våren 2010, Del 2) 

Ola skal bygge hus. Huset vil koste 2 300 000 kroner. Han har 150 000 kroner i banken. Resten må han låne. I Husbanken får han låne 80 % av det huset vil koste. Renten i Husbanken er 4 % per år. Resten av pengene må han låne i en privat bank til 6 % rente per år.

- a) Hvor mye penger får Ola låne i Husbanken, og hvor mye må han låne i den private banken?
- b) Hvor mange kroner må han til sammen betale i renter i Husbanken og den private banken det første året?

Ola kan trekke fra 28 % av rentekostnadene på skatten. Dette kalles et skattefradrag.

- c) Hvor store blir renteutgiftene til Ola det første året, dersom vi tar hensyn til skattefradraget?

B23

En bensinstasjon reklamerer for bilvask: “Kjøp kupongkort med 5 vask, betal for 3. Spar 40 %.” Stemmer dette?


B24

(Eksamen 1P våren 2014, Del 2)

Prisen på en vare er satt opp 10 % fem ganger. Opprinnelig kostet varen 246 kroner.

- a) Hvor mye koster varen nå?
- b) Hvor mange prosent er prisen totalt satt opp?

Prisen på en annen vare også satt opp 10 % fem ganger. Nå koster varen 550 kroner.

- c)  Hva kostet denne varen opprinnelig?

B25

(Eksamen 2P høst 2016, del 2, 6p)

1. september 2016 kjøpte Monica en hytte. Hun lånte da 1 000 000 kroner av foreldrene.

De inngikk følgende avtale:

- Renten på lånet skal være 2,5 % per år.
- Tilbakebetalingen skal skje ved at Monica overfører 100 000 kroner til foreldrenes konto 1. september hvert år til lånet er nedbetalt.
- Første overføring skal skje 1. september 2017.

I denne oppgaven skal du lage et regneark som viser

- hvor mye Monica skylder foreldrene etter hver overføring fram til lånet er nedbetalt
- hvor mye Monica betaler i renter, og hvor mye hun betaler i avdrag hvert år
- hvor mye Monica totalt vil ha betalt i renter i løpet av nedbetalingstiden

Nedenfor ser du et eksempel på hvordan de første radene i regnearket kan se ut. Husk at du i størst mulig grad skal benytte formler, slik at løsningen blir dynamisk, og at formlene som er brukt, skal komme klart fram i besvarelsen din.

	A	B	C	D	E	F
1	Lån - Hytte					
2	Lånebeløp:	kr 1 000 000,00				
3	Rente (%):	2,5			Vekstfaktor:	1,025
4	Innbetaling:	kr 100 000,00				
5						
6	Dato:	Skyldig beløp før innbetaling:	Innbetaling:	Skyldig beløp etter innbetaling:	Betalt i avdrag:	Betalt i renter:
7	01.09.2016	kr 1 000 000,00	kr 0,00	kr 1 000 000,00	kr 0,00	kr 0,00
8	01.09.2017	kr 1 025 000,00	kr 100 000,00	kr 925 000,00	kr 75 000,00	kr 25 000,00

Fasit øvingsoppgaver prosentregning

Oppgave 1 20 %	Oppgave 21 1030 kr 14,48 %
Oppgave 2 20 %	Oppgave 22 192 kr. Fordi grunnlaget før nedgangen er større enn før økningen.
Oppgave 3 70 % , 30 %	Oppgave 23 Nei
Oppgave 4 13,1 %	Oppgave 24 5938,43 kr, 7052,99 kr, 9948,94 kr
Oppgave 5 33,3 %	Oppgave 25 2326 kr
Oppgave 6 10 %	Oppgave 26 4105 g
Oppgave 7 15,3 %	Oppgave 27 23,13 kr, MVA er 3,47 kr.
Oppgave 8 18	Oppgave 28 80 kg
Oppgave 9 170	Oppgave 29 150 kr
Oppgave 10 4	Oppgave 30 153
Oppgave 11 6,8 kg 5,2 kg 2,0 kg	Oppgave 31 104 kr
Oppgave 12 22,50 kr	
Oppgave 13 5000 kr	
Oppgave 14 32 timer	
Oppgave 15 1,17 1,60 1,06 1,075 1,005, 3	
Oppgave 16 26,60 kr	
Oppgave 17 400 kr	
Oppgave 18 0,83 0,50 0,94 0,925 0,995	
Oppgave 19 Halvparten, null	
Oppgave 20 357 000 kr	

Fasit blandede oppgaver prosentregning

B1 80 %	B16 82,1 milliarder
B2 44,4%	B17 23223,39 kr
B3 15 %	B18 1) 243 000 kr 2) 300 000 kr
B4 a) 45,1 % b) 20	B19 Pris: 100,- gir A=120,- og B=121,- (110+11 for andre økningen i B)
B5 300 kr	B20 Alternativ 3
B6 a) 25 % b) 20 %	B21 27,0 %
B7 54 %	B22 a) 1 840 000 kr, 310 000 kr b) 92 200 kr c) 66384 kr
B8 Påstand 3	B23 Ja
B9 a) Nei b) Ja	B24a) 396 kr b) 61 % c) 341 kr
B10 1,08 milliarder	B25 renter totalt: 163 740,03
B11 a) 33,3 % b) 60 %	
B12 10 %	
B13 1,02 0,32 -75% +100%	
B14 a) 40 % b) Ja, omtrent	
B15 300 kr	