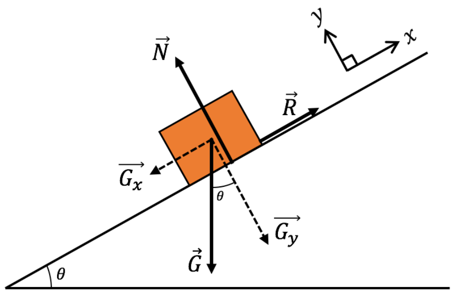
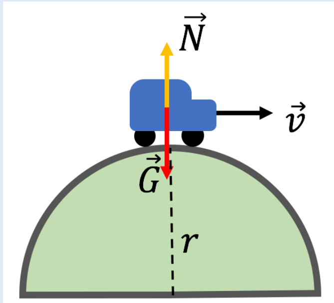
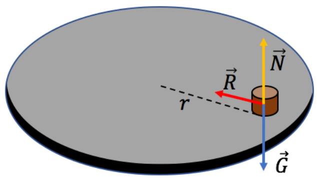
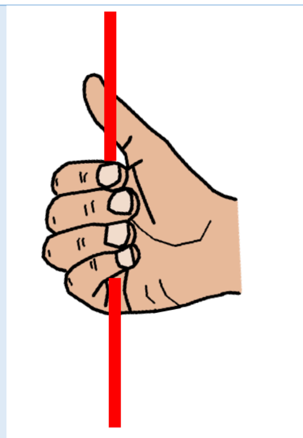
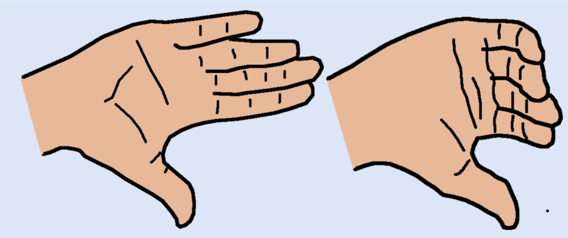
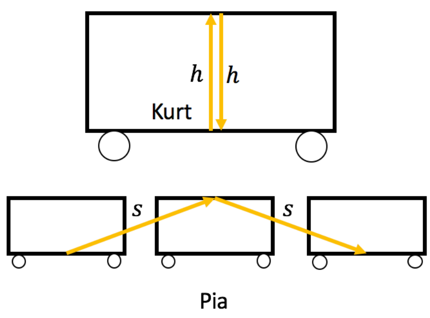
Løsningsforslag Fysikk 2 – H2017

Oppgave 1

Oppgave	Svar	Forklaring
a)	B	Magnetisk fluks måles i Weber (Wb), som forøvrig er det samme som Tesla-kvadratmeter ($\mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$).
b)	B	Klossen beveger seg ikke normalt på bakkeplanet, så Newtons 1. lov gir at normalkraften $\vec{N}$ er like stor som, og motsatt rettet, normalkomponenten til tyngdekraften $\overrightarrow{G_y}$ $$\underline{\underline{N}} = G_y = \underline{\underline{mg\cos\theta}}$$ Klossen beveger seg med konstant fart, så Newtons 1.lov gir at friksjonskraften $\vec{R}$ er like stor som parallellkomponenten til tyngden $\overrightarrow{G_x}$ $$R = mg\sin\theta$$ Friksjonstallet er gitt ved $$\underline{\underline{\mu}} = \frac{R}{N} = \frac{mg\sin\theta}{mg\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \underline{\underline{\tan\theta}}$$ 
c)	B	Under hele bevegelsen virker tyngdekraften med en konstant komponent nedover og parallelt med skråplanet. Det virker ingen friksjon eller andre krefter i bevegelsesretningen. Newtons 2. lov gir dermed en konstant akselerasjon i negativ retning, og fartsgrafen blir en rett linje med konstant negativt stigningstall under hele bevegelsen. Farten er først positiv, og avtar til den blir null på det høyeste punktet, før den øker igjen i motsatt retning (blir negativ).
d)	D	Trekkraften i fjæra er lik tyngdekraften på loddet, $F = mg$. Forlengelsen fra likevekt er $x = l - l_0$. Hookes lov gir $F = kx$, så fjærkonstanten er $$k = \frac{F}{x} = \underline{\underline{\frac{mg}{l - l_0}}}$$
e)	B	Den vertikale posisjonen til en ball som kastes horisontalt fra utgangshøyden y_0 er gitt ved $y = y_0 - (1/2)gt^2$. Ballen lander når $y = 0$, dvs når $y_0 = (1/2)gt^2$, eller når $t = \sqrt{2y_0/g}$. Dermed blir $$\frac{t_A}{t_B} = \frac{\sqrt{2y_{A0}/g}}{\sqrt{2y_{B0}/g}} = \frac{\sqrt{y_{A0}}}{\sqrt{y_{B0}}} = \sqrt{\frac{y_{A0}}{y_{B0}}} = \sqrt{\frac{8\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m}}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$

f)	C	Bevaring av bevegelsesmengde, ladning og lepton-/baryontall gir at eneste mulige alternativ er at minst to fotoner dannes i kollisjonen (alternativ C). Det kan ikke dannes bare ett foton (alternativ A), for da er ikke bevegelsesmengde bevart. Det kan ikke dannes ett nøytron (alternativ B), for da blir ikke lepton-/baryontallet bevart. Det kan ikke dannes ett elektron og ett proton (alternativ D), for da er ikke lepton-/baryontallet bevart.	
g)	D	Når bilen følger en sirkelbane med radius $r = 10\ \mathrm{m}$ i en hastighet $v = 10\ \mathrm{m/s}$, er sentripetalakselerasjonen $a = v^2/r = (10\ \mathrm{m/s})^2/(10\ \mathrm{m}) = \underline{10\ \mathrm{m/s^2}}$, det vil si like stor som tyngdeakselerasjonen. Kraftsummen på bilen er, ifølge Newtons 2. lov, $\Sigma F = ma$. Tyngdekraften $G = mg$ virker nedover og normalkraften N virker oppover, så $$\Sigma F = ma$$ $$N - mg = ma$$ $$\underline{\underline{N}} = ma - mg = m(a-g) = \underline{\underline{0}}$$	
h)	B	Boksen beveger seg ikke i vertikal retning, så Newtons første lov gir at normalkraften er like stor som tyngdekraften, $N = G = mg$. Banefarten er $v = 2\pi r/T$, og for at boksen skal klare å følge sirkelbevegelsen, kreves en sentripetalkraft $$\Sigma F = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{(2\pi r/T)^2}{r} = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$ Det er kun friksjonskraften som kan virke horisontalt, og den maksimale friksjonskraften er gitt ved friksjonstallet, $R = \mu N = \mu mg$. Så den maksimale omløpstiden får vi når $$\Sigma F = R = \mu mg$$ $$m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \mu mg$$ $$\underline{\underline{T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{\mu g}}}}$$	
i)	C	Partikkelen faller med konstant fart, så Newtons første lov gir at den elektriske kraften $F_E = qE$ oppover er like stor som tyngdekraften $G = mg$ nedover. $$F_E = G \quad \Rightarrow \quad qE = mg \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{E = mg/q}}$$	
j)	A	Lorentzkraften med Newtons andre lov og sentripetalakselerasjon gir $$F_B = m_e a \quad \Rightarrow \quad evB = \frac{m_e v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{eBr}{m_e} = \frac{v^2}{v} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v = \frac{eBr}{m_e}}}$$	

k)	C	Vi bruker en høyrehåndsregel: Legg tommelen i strømretningen (oppover i papirplanet). Da krummer de øvrige fingrene i magnetfeltets retning (rundt lederen, og <u>*inn i arket ved punkt P*</u>)	
l)	A	Den magnetiske kraften på et stykke L av en strømførende leder med strøm I plassert i magnetfeltet til en parallell strømførende leder med strøm I i en avstand d, er gitt ved (se formelvedlegget) $$\underline{\underline{F}} = k_m \frac{I_1 I_2}{d} L = \underline{\underline{k_m \frac{I^2}{d} L}}$$	
m)	A	Magnetfeltet mellom stavmagnetene er rettet fra nord til sør. Vi benytter at den magnetiske kraften $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ følger et høyrehåndssystem: Legg strake fingre på høyre hånd i strømretningen og krum dem i magnetfeltets retning. Da peker tommelen i kraftretningen, dvs. <u>*nedover*</u> på figuren. 	
n)	C	Faradays lov gir at den induserte spenningen er lik den tidsderiverte av fluksen $$\lvert\varepsilon\rvert = \frac{d\Phi_B}{dt}$$ Når vi integrerer spenningsgrafen over tid, får vi at arealet under grafen er den totale fluksendringen gjennom spolen $$A = \int_{t_0}^{t_1} \lvert\varepsilon\rvert\, dt = \int_{\Phi_0}^{\Phi_1} \frac{d\Phi_B}{dt}\, dt = \int_{\Phi_0}^{\Phi_1} d\Phi_B = \Phi_1 - \Phi_0 = \Delta\Phi_B$$ Siden den totale fluksendringen på veg inn er like stor som den totale fluksendringen på vei ut, blir de to arealene <u>A_1 og A_2 like store</u>. A_2 blir imidlertid smalere enn A_1, fordi magneten akselereres av tyngden, og dermed bruker mindre tid på vei ut. Det gir en større fluksendring per tid, og dermed større indusert spenning (jf. Faradays lov), så A_2 er også høyere enn A_1. Fluksendringen er null ved tidspunktet 0,30 s, siden her er den induserte spenningen null. Dermed er også det induserte magnetfeltet null.	

o)	B	Ladning, baryontall og leptontall må være bevart når myonet henfaller. μ^- har ladning -1 og leptontall +1. e^- har ladning -1 og leptontall +1. e^+ har ladning +1 og leptontall -1. ν har ladning 0 og leptontall -1. $\bar{\nu}$ har ladning 0 og leptontall +1. p har ladning +1 og baryontall +1.
p)	A	Særlig det høye innholdet av kalsium i beinvevet absorberer røntgenstråler bedre enn annet vev i kroppen. En detektor/film på motsatt side av kroppen vil derfor registrere færre fotoner i området bak beinvevet, og en «skygge» av skjelettet blir synlig på bildet.
q)	C	Ifølge Einsteins formel for fotoelektrisk effekt er den maksimale kinetiske energien gitt ved $E_{k,\text{maks}} = hf - W$, der h er Plancks konstant, f er frekvensen til de innsendte fotonene og W er løsrivingsarbeidet. Vi ser at $E_{k,\text{maks}}$ gir en rett linje som funksjon av frekvensen, med stigningstall h og konstantledd $-W$. Den røde grafen skal ha større løsrivingsarbeid enn den blå, så den røde skjærer y-aksen ved en mer negativ verdi enn den blå. De har samme stigningstall h, så grafene er parallelle.
r)	C	Ifølge Einstein har masse energi, $E = mc^2$. Det vil si, massen trenger ikke være bevart, da masseenergien kan gå over i andre energiformer.
s)	D	Newtons første lov gjelder bare i treghetssystemer (alternativ D). I et akselerert system kan et legeme akselerere, selv om kraftsummen på legemet er null. Tenk bare på hvordan du selv kastes fremover i bussen når den bråbremser, eller hvordan tøyet slenges sentrifugalt ut fra sentrum av vaskemaskinen. Legemer kan imidlertid akselereres i et treghetssystem, og fra Newtons andre lov er kraftsummen da forskjellig fra null (alternativ A og C er derfor gale). Newtons tredje lov gjelder også i akselererte systemer (Alternativ B er galt). Denne oppgaven forutsetter at vi bare betrakter de fysiske kreftene, og ikke fiktive krefter (som sentrifugalkraft og Corioliskraft). Slike fiktive krefter blir gjerne innført for at Newtons to første lover skal gjelde i et akselerert system. Da gjelder ikke Newtons tredje lov.
t)	D	Et av Einsteins posulater for relativitetsteorien, er at lysets hastighet c i vakuum er den samme for alle observatører. *<u>Påstand 2 er derfor gal.</u>* For Kurt går lyset rett opp og rett ned igjen, en strekning $2h$. Tiden er derfor $t_K = 2h/c$. For Pia beveger i tillegg lyset seg horisontalt med toget, og derfor en lengre strekning $2s > 2h$. Siden lyshastigheten er uendret, blir derfor tiden $t_P = 2s/c > 2h/c = t_K$. *<u>Påstand 1 er derfor også gal.</u>* 
u)	D	Elektronene skytes gjennom en tynn metallfolie, som fungerer som et gitter. Vi får et interferensmønster på skjermen. Dette viser at partiklene oppfører seg som bølger med en <u>*de Broglie-bølgelengde*</u>.

v)	D	Mennesket kan høre frekvenser $f \leq 20\,000$ Hz. Nyquistregelen gir at punktprøvingsfrekvensen (samplingsfrekvensen) må være minst dobbelt så stor som den høyeste frekvensen som skal måles, for å gjenskape det korrekte lydsignalet, så $f_s \geq 40\,000$ Hz (for CD er punktprøvingsfrekvensen $44\,100$ Hz). Dermed blir tiden mellom to punktprøvinger $T = 1/f_s \underline{\underline{\leq 1/40\,000\ \text{s}}}$.
w)	A	La satellitten ha masse m, Jorda ha masse M, gravitasjonskonstanten være γ og baneradien være r. Gravitasjonell potensiell energi er da gitt ved $E_p = -\gamma mM/r$. Denne er altså negativ og går mot null når radien øker, og den går mot negativ uendelig når radien går mot null. Satellitten går i en sirkelbane, så gravitasjonskraften må være sentripetalkraften. $$\Sigma F = G \quad \Rightarrow \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{\gamma mM}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{\gamma M}{r}$$ Det gir kinetiske energi $E_k = (1/2)mv^2 = \gamma mM/2r$. Denne er positiv og går mot null når radien øker, og den går mot positiv uendelig når radien går mot null.
x)	A	Gravitasjonskraften fra Jorda er den eneste kraften som virker på satellitten. Newtons andre lov og sentripetalakselerasjon gir $$\Sigma F = G \quad \Rightarrow \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{\gamma mM}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{\gamma M}{r} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}}}$$

Oppgave 2

2a1)

Gjenstanden befinner seg i en så stor høyde at vi ikke kan regne med gravitasjonsfeltet som homogent. Den potensielle energien i forhold til nullnivå uendelig langt borte, er

$$\underline{\underline{E_{p0}}} = -\frac{\gamma m M}{R+h} = \underline{\underline{-\frac{\gamma m M}{2R}}}$$

2a2)

Like før gjenstanden treffer jordoverflaten har den potensiell energi

$$E_p = -\frac{\gamma m M}{R}$$

Hvis vi antar at planeten ikke har noen atmosfære/luftmotstand, gir bevaring av mekanisk energi at den potensielle energien går over til kinetisk energi. Gjenstanden slippes uten startfart, så $E_{k0} = 0$. Vi kan dermed beregne farten v like før gjenstanden treffer overflaten

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}$$

$$E_k = E_{p0} - E_p = -\frac{\gamma m M}{2R} - \left(-\frac{\gamma m M}{R}\right) = \frac{\gamma m M}{2R}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{\gamma m M}{2R}$$

$$\underline{\underline{v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}}}$$

2b1)

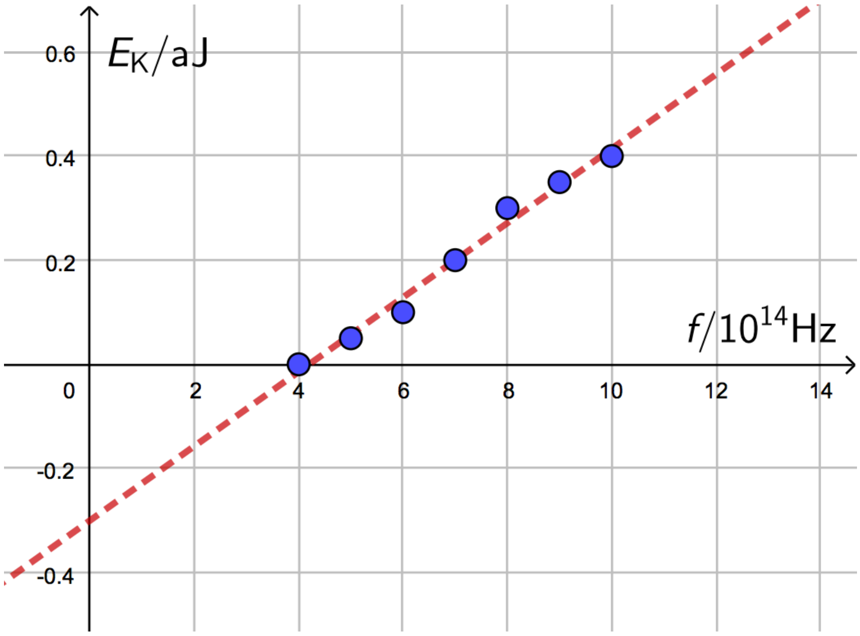
Einsteins formel for fotoelektrisk effekt gir den maksimale kinetiske energien

$$\underline{\underline{E_{k,\text{maks}} = hf - W}},$$

der h er Plancks konstant, f er frekvensen til det innsendte lyset og W er løsrivingsarbeidet. Dette er formen til en rett linje med stigningstall h og konstantledd $-W$. Vi vil derfor trekke $\underline{\underline{\text{en rett linje}}}$ gjennom målepunktene.

2b2)

Vi trekker en rett linje gjennom punktene.



Løsrivingsarbeidet finner vi ved å lese av y-verdien der linjen skjærer y-aksen: $\underline{\underline{W = 0{,}3\ \text{aJ}}}$

Plancks konstant finner vi ved å beregne stigningstallet til grafen

$$\underline{\underline{h}} = \frac{0{,}4\ \text{aJ} - (-0{,}3\ \text{aJ})}{10 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = \frac{0{,}7 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{10 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 0{,}07 \cdot 10^{-32}\ \text{Js} = \underline{\underline{7 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}}$$

Dette samsvarer bra med tabellverdien på $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js.

2c1)

Vogna har i utgangspunktet kinetisk energi

$$E_{k0} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot (2{,}0\ \text{kg}) \cdot (4{,}0\ \text{m/s})^2 = 16\ \text{J}$$

Når vogna er presset inn på det meste, er all kinetisk energi overført til elastisk potensiell energi i fjæra.

$$\begin{aligned} E_p &= E_{k0} \\ \frac{1}{2}kx^2 &= E_{k0} \\ x^2 &= \frac{2E_{k0}}{k} \\ x &= \sqrt{\frac{2E_{k0}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16\ \text{J}}{8{,}0 \cdot 10^4\ \text{N/m}}} = \sqrt{4{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = \underline{2{,}0\ \text{cm}} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\text{Fjæra presses sammen 2,0 cm når den kolliderer med veggen}}}$$

2c2)

Velg positiv retning mot høyre. Bevaring av bevegelsesmengde i støtet gir

$$\begin{aligned} p &= p_0 \\ m_A v_A + m_B v_B &= m_A u_A + m_B u_B \\ m_B v_B &= m_A u_A - m_A v_A + m_B u_B \\ v_B &= \frac{m_A}{m_B}(u_A - v_A) + u_B \\ &= \frac{2{,}0\ \text{kg}}{6{,}0\ \text{kg}}[(4{,}0\ \text{m/s}) - (-5{,}0\ \text{m/s})] + (-2{,}0\ \text{m/s}) \\ &= \frac{9{,}0\ \text{m/s}}{3{,}0} - 2{,}0\ \text{m/s} \\ &= 3{,}0\ \text{m/s} - 2{,}0\ \text{m/s} \\ &= \underline{1{,}0\ \text{m/s}} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\text{Etter støtet beveger vogn B seg mot høyre med en hastighet 1,0 m/s}}}$$

2d1)

Einsteins ekvivalensprinsipp gir at gravitasjon og akselerasjon oppleves likt. Vi må altså finne sentripetalakselerasjonen a slik at den blir like stor som tyngdeakselerasjonen på Jorda. Vi bruker $a = g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Radien er $r_g = 500\ \mathrm{m}$ fra sentrum til gulvet, og banefarten kaller vi v_g. Sentripetalakselerasjonen er da gitt ved

$$a = \frac{v_g^2}{r_g} \quad \Rightarrow \quad v_g = \sqrt{r_g a} = \sqrt{r_g g} = \sqrt{500\ \mathrm{m} \cdot 10\ \mathrm{m/s^2}} = \sqrt{5000\ \mathrm{m^2/s^2}} \approx \underline{70\ \mathrm{m/s}}$$

$$\underline{\underline{\text{Gulvet på stasjonen må ha en banefart på } 70\ \mathrm{m/s} \text{ for at Zelda skal oppleve}}}$$

$$\underline{\underline{\text{omtrent samme gravitasjon som på Jorda.}}}$$

2d2)

Radien er $r_t = 450\ \mathrm{m}$ fra sentrum til taket. Mens gulvet beveger seg en strekning $s_g = 2\pi r_g$ på omløpstiden T, beveger taket seg en strekning $s_t = 2\pi r_t$ på den samme tiden. Banefarten til gulvet blir $v_g = 2\pi r_g/T$, mens banefarten til taket blir $v_t = 2\pi r_t/T$.

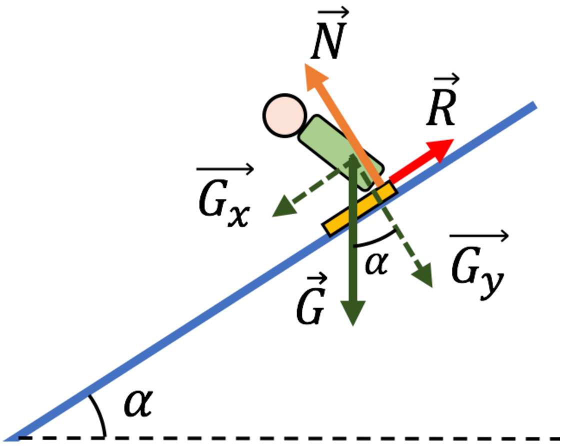
Forholdet mellom den opplevde gravitasjonen på taket og den opplevde gravitasjonen ved gulvet, tilsvarer forholdet mellom sentripetalakselerasjonen ved taket og sentripetalakselerasjonen ved gulvet.

$$\frac{g_t}{g_g} = \frac{a_t}{a_g} = \frac{v_t^2/r_t}{v_g^2/r_g} = \frac{4\pi^2 r_t/T^2}{4\pi^2 r_g/T^2} = \frac{r_t}{r_g} = \frac{450}{500} = \frac{9}{10} = \underline{\underline{0{,}9}}$$

Oppgave 3

3a)

Kreftene som virker på skikjøreren er tyngdekraften $\vec{G}$ loddrett nedover, med en komponent $\overrightarrow{G_x}$ parallelt med bakkeplanet og en komponent $\overrightarrow{G_y}$ normalt på bakkeplanet, en normalkraft $\vec{N}$ normalt på bakkeplanet og en friksjonskraft $\vec{R}$ parallelt med bakkeplanet.



Skiløperen beveger seg ikke normalt på bakkeplanet, så Newtons første lov gir at normalkraften og tyngdens normalkomponent er like store og motsatt rettet, $N = G_y = mg\cos\alpha$

Friksjonen er gitt ved friksjonstallet og normalkraften, $R = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

Tyngdekraftens parallellkomponent er $G_x = mg\sin\alpha$

Newtons andre lov gir da akselerasjonen ned bakkeplanet

$$\begin{aligned}
\Sigma F &= ma \\
G_x - R &= ma \\
a &= \frac{mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \\
&= (9{,}81\ \mathrm{m/s^2}) \cdot (\sin 20° - 0{,}040\cos 20°) = 2{,}986\,\mathrm{m/s^2} \approx \underline{3{,}0\ \mathrm{m/s^2}}
\end{aligned}$$

Lengden av bakken er $s = h/\sin\alpha = (7{,}0\ \mathrm{m})/\sin 20° = 20{,}4666\ \mathrm{m}$
Kjøreren starter fra ro, $v_0 = 0$. Den tidløse bevegelsesformelen gir farten i bunnen av bakken

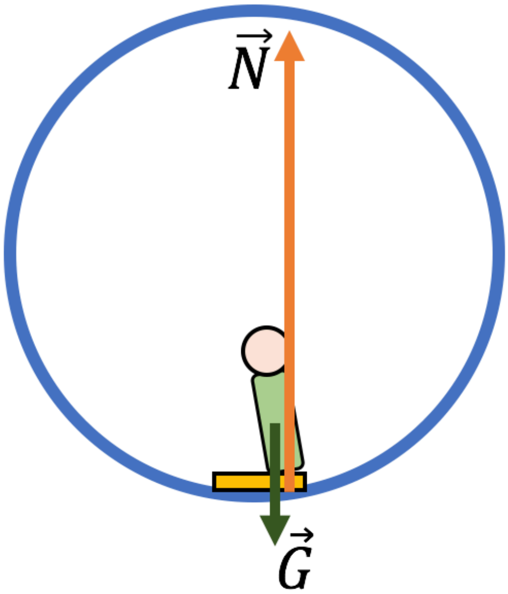
$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot (2{,}986\,\mathrm{m/s^2}) \cdot (20{,}4666\ \mathrm{m})} = 11{,}0556\ \mathrm{m/s} \approx \underline{11\ \mathrm{m/s}}$$

$$\underline{\underline{\text{Kjøreren får akselerasjon } 3{,}0\ \mathrm{m/s^2} \text{ i bakken og farten } 11\ \mathrm{m/s} \text{ i bunnen}}}$$

3b)

Vi ser bort fra friksjon i loopen. Dermed virker kun normalkraften $\vec{N}$ loddrett oppover og tyngdekraften $\vec{G}$ loddrett nedover.



Tyngdekraften er $\underline{\underline{G}} = mg = (80\ \mathrm{kg}) \cdot (9{,}81\ \ \mathrm{m/s^2}) = 784{,}8\ \mathrm{N} \approx \underline{\underline{0{,}78\ \mathrm{kN}}}$

Skikjøreren går inn i en sirkelbane med banefart v. Newtons andre lov og sentripetalakselerasjon gir dermed et uttrykk for normalkraften

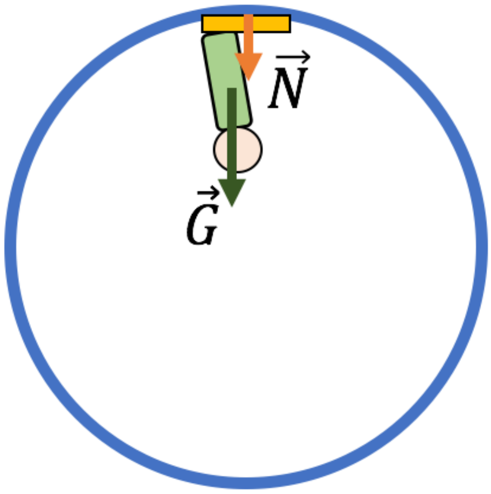
$$\Sigma F = \frac{mv^2}{r}$$

$$N - G = \frac{mv^2}{r}$$

$$\underline{\underline{N}} = G + \frac{mv^2}{r} = 784{,}8\ \mathrm{N} + \frac{(80\ \mathrm{kg}) \cdot (11{,}0556\,\mathrm{m/s})^2}{2{,}5\ \mathrm{m}} = 4696\ \mathrm{N} \approx \underline{\underline{4{,}7\ \mathrm{kN}}}$$

3c)

På toppen av loopen peker både normalkraften og tyngdekraften loddrett nedover. Skikjøreren klarer loopen hvis normalkraften er større enn, eller akkurat lik, null på toppen av loopen – da har han fortsatt kontakt med underlaget.



Vi setter $N = 0$ og finner farten kjøreren minst må ha på toppen for å klare loopen.
Newtons andre lov og sentripetalakselerasjon gir

$$\Sigma F = \frac{mv_{\text{min}}^2}{r}$$

$$G + N = \frac{mv_{\text{min}}^2}{r}$$

$$mg + 0 = \frac{mv_{\text{min}}^2}{r}$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{rg} = \sqrt{(2{,}5\ \text{m}) \cdot (9{,}81\ \text{m/s}^2)} = \underline{4{,}9522\ \text{m/s}}$$

Vi bruker bevaring av mekanisk energi for å finne skiløperens banefart på toppen av loopen, i en høyde $2r$.

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg(2r) = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4gr} = \sqrt{(11{,}0556\,\text{m/s})^2 - 4 \cdot (9{,}81\ \text{m/s}^2) \cdot (2{,}5\ \text{m})} = \underline{4{,}9118\ \text{m/s}}$$

$\underline{\underline{\text{Skikjøreren har for liten fart for å klare loopen.}}}$

Oppgave 4

4a)

Parameterframstillingen for et skrått kast er

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t \\ y = (v_0 \sin\alpha)t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases},$$

der $v_0 = 3{,}8\ \mathrm{m/s}$ er utgangsfarten, t er tiden fra utskytning, $\alpha = 45°$ er utskytningsvinkelen og $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ er tyngdeakselerasjonen.

Kula lander når $y = 0$. Vi løser andregradslikningen og finner tidspunktet der dette skjer:

$$(3{,}8\ \mathrm{m/s} \cdot \sin 45°)t - \frac{1}{2}(9{,}81\,\mathrm{m/s^2})\ t^2 = 0$$

$$(-4{,}905\ \mathrm{m/s^2})t^2 + (2{,}687\ \mathrm{m/s})t = 0$$

$$t[(-4{,}905\ \mathrm{m/s^2})t + (2{,}687\ \mathrm{m/s})] = 0$$

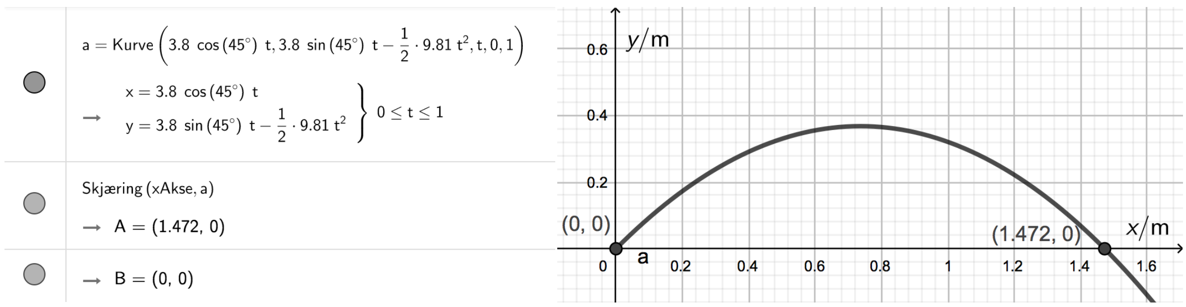
$$t = 0 \quad \vee \quad (4{,}905\,\mathrm{m/s^2})t = (2{,}687\ \mathrm{m/s})$$

$$t = 0 \quad \vee \quad t = \frac{2{,}687\ \mathrm{m/s}}{4{,}905\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{0{,}5478\ \mathrm{s}}$$

Vi forkaster den trivielle nulløsningen, for det er starttidspunktet.
Vi setter inn i uttrykket for x og får den horisontale forflytningen når kula har landet

$$x = (3{,}8\ \mathrm{m/s} \cdot \cos 45°) \cdot (0{,}5478\ \mathrm{s}) = 1{,}4719\ \mathrm{m} \approx \underline{1{,}5\ \mathrm{m}}$$

Alternativt kan vi tegne kastebanen i GeoGebra med kommandoen Kurve() og bruke kommandoen Skjæring() til å finne nullpunktet $(1{,}472, 0)$ der kurven skjærer x-aksen.



$$\underline{\underline{\text{Kula lander 1,5 m fra utskytingspunktet}}}$$

4b)

Gjennomsnittsverdien av målingene er

$$\bar{d} = \frac{(1{,}444 + 1{,}408 + 1{,}489 + 1{,}432 + 1{,}397 + 1{,}407 + 1{,}457)\ \text{m}}{7} \approx \underline{1{,}433\ \text{m}}$$

Usikkerheten i målingene er

$$\Delta d = \frac{d_{\text{maks}} - d_{\text{min}}}{2} = \frac{(1{,}489 - 1{,}397)\ \text{m}}{2} = \underline{0{,}046\ \text{m}}$$

Altså er avstanden $\underline{\underline{d = (1{,}433 \pm 0{,}046)\ \text{m}}}$

4c)

Vi bruker x-komponenten i parameterframstillingen til å finne et uttrykk for utgangsfarten

$$x = v_0 t \cos 45° \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{x}{t \cos 45°}$$

Vi regner ut intervallet for utgangsfarten

$$v_{0,\text{maks}} = \frac{d_{\text{maks}}}{t_{\text{min}} \cdot \cos 45°} = \frac{1{,}489\ \text{m}}{0{,}542\ \text{s} \cdot \cos 45°} = \underline{3{,}885\ \ \text{m/s}}$$

$$v_{0,\text{min}} = \frac{d_{\text{min}}}{t_{\text{maks}} \cdot \cos 45°} = \frac{1{,}397\ \text{m}}{0{,}548\ \text{s} \cdot \cos 45°} = \underline{3{,}605\ \ \text{m/s}}$$

Produsentens oppgitte utgangsfart på 3,8 m/s ligger altså innenfor målingenes usikkerhet.

$$\underline{\underline{\text{Det tyder på at produsenten har oppgitt riktig verdi for utgangsfarten.}}}$$

Oppgave 5

5a)

Partiklene starter med så lav fart at vi kan regne den kinetiske energien som null til å begynne med. Ladningene akselereres så av det det elektriske feltet, som gjør arbeidet qU. Den kinetiske energien etter akselereringen blir dermed

$$\frac{1}{2}mv^2 = qU \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2qU}{m} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}}}, \quad Q.E.D.$$

5b)

Sammenhengen mellom strekningen s, den konstante farten v og tiden t er

$$s = vt = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \cdot t$$

Vi kvadrer likningen og får

$$s^2 = \frac{2qU}{m} \cdot t^2$$

$$\underline{\underline{\frac{q}{m} = \frac{s^2}{2Ut^2}}}$$

5c)

Fra formelen i forrige oppgave finner vi massen til proteinet

$$m = \frac{2qUt^2}{s^2} = \frac{2eUt^2}{s^2} = \frac{2 \cdot (1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}) \cdot (15{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{V}) \cdot (8{,}14 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{s})^2}{(1{,}50\ \mathrm{m})^2} \approx \underline{\underline{1{,}4 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{kg}}}$$

5d)

Vi kan regne klassisk for hastigheter opp til omtrent $v = 0{,}1c$. Vi setter inn i formelen fra oppgave a) for å finne massen

$$0{,}1c = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad \Rightarrow \quad 0{,}1^2c^2 = \frac{2qU}{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{q} = \frac{2U}{0{,}01c^2} = \frac{2 \cdot (15 \cdot 10^3\ \mathrm{V})}{0{,}01 \cdot (3{,}00 \cdot 10^8)^2} = \underline{3{,}3 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{kg/C}}$$

Partikler med ladning $1e$ må altså ha masse større enn

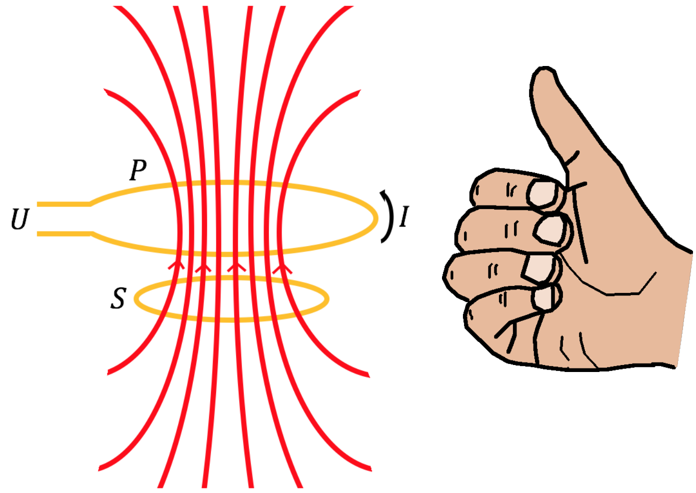
$$m = 3{,}3 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{kg} \approx \underline{\underline{5 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}}}$$

Dette er av omtrent samme størrelsesorden som elektronmassen.
Vi legger merke til at det gikk greit å regne klassisk for proteinet i forrige deloppgave.

Oppgave 6

6a)

Vi bruker en høyrehåndsregel. Krummer vi fingrene på høyre hånd i strømretningen, mot urviseren sett ovenfra, peker tommelen i magnetfeltets retning, altså oppover.



$$\underline{\underline{\text{Magnetfeltet har retning oppover gjennom S}}}$$

6b1)

Faradays lov gir at den gjennomsnittlige induserte elektromotoriske spenningen er

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot \pi r^2}{\Delta t} = -\frac{(0 - 0{,}105\ \mathrm{T}) \cdot \pi \cdot (0{,}10\ \mathrm{m})^2}{(0{,}030\ \mathrm{s})} = 0{,}1099\ \mathrm{V}$$

Ohms lov gir strømmen i S

$$\underline{\underline{I}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0{,}1099\ \mathrm{V}}{0{,}030\ \Omega} \approx \underline{\underline{3{,}7\ \mathrm{A}}}$$

6b2)

Magnetfeltet, som er rettet oppover gjennom S, avtar. Lenz' regel gir at den induserte strømmen gjennom S forsøker å motvirke fluksendringen. Det induserte magnetfeltet er altså rettet oppover, og høyrehåndsregelen gir dermed at

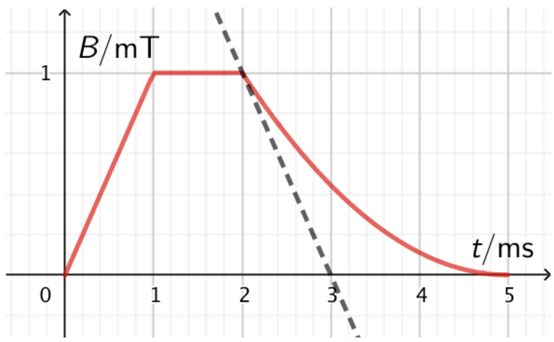
$$\underline{\underline{\text{den induserte strømmen er i positiv retning, mot urviseren sett ovenfra.}}}$$

6c)

Faradays lov gir at den elektromotoriske spenningen varierer med fluksendringen, og siden arealet er konstant, varierer den dermed med magnetfeltendringen.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt} \cdot A$$

Vi må ha med minustegnet for å få riktig fortegn på den induserte spenningen, jamfør Lenz' regel (Sjekk dette med høyrehåndsregelen!). Vi finner dB/dt ved å lese av stigningstallet til magnetfelt-grafen.

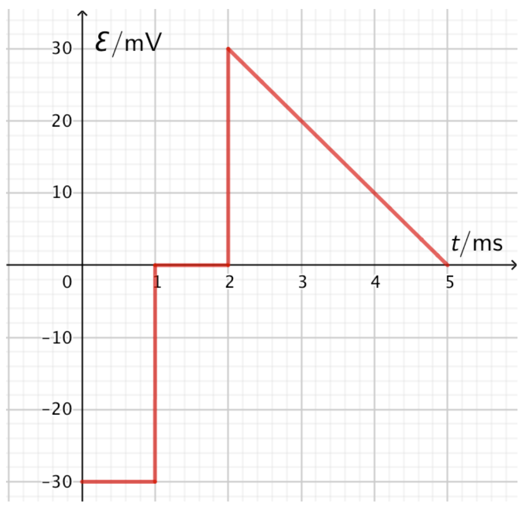


Fra 0 til 1 ms stiger magnetfelt-grafen med konstant stigningstall fra 0 til $1\ \mathrm{mT}$, så $dB/dt = 1\ \mathrm{T/s}$. Da blir $\mathcal{E} = -(1\ \mathrm{T/s}) \cdot \pi \cdot (0{,}10\ \mathrm{m})^2 \approx -30\ \mathrm{mV}$. Dermed blir den elektromotoriske spenningen en negativ, konstant rett linje i dette tidsintervallet.

Fra 1 til 2 ms er magnetfelt-grafen konstant, med null stigning. Dermed er $dB/dt = 0$, og $\mathcal{E} = 0\ \mathrm{V}$. Den elektromotoriske spenningen er dermed konstant null i dette tidsintervallet.

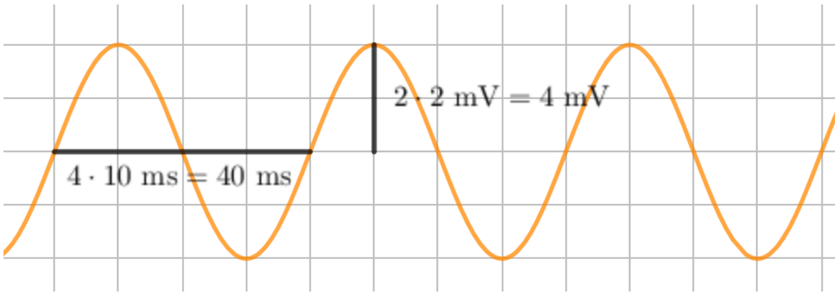
Fra 2 til 5 ms er magnetfelt-grafen formet tilnærmet som en parabel (andregradsfunksjon), med negativt stigningstall som øker gradvis. Vi ser at stigningstallet til tangenten ved $2\ \mathrm{ms}$ er omtrent $dB/dt = -1\ \mathrm{T/s}$, mens stigningstallet til tangenten ved $5\ \mathrm{ms}$ er null. Dermed er den elektromotoriske spenningskurven formet omtrent som en positiv, avtakende rett linje fra $\mathcal{E} = 30\ \mathrm{mV}$ til $\mathcal{E} = 0\ \mathrm{V}$.

Vi har nå nok informasjon til å tegne en skisse.



MERK: Oppgaven ber om en skisse, så det viktigste er at kurvens form er omtrent riktig.

6d)



Vekselspenningen har form som en sinuskurve med amplitude $U_m = 4\ \mathrm{mV}$ og periode $T = 40\ \mathrm{ms}$.

$$\underline{\underline{\text{Den maksimale induserte spenningen blir dermed } U_m = 4\ \mathrm{mV.}}}$$

Fluksen gjennom lederen varierer fordi arealet av sløyfen vendt mot magnetfeltet varierer.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cdot \cos(\omega t),$$

der $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ er vinkelfrekvensen.

Faradays lov gir da den induserte spenningen, hvor vi deriverer fluksen med kjerneregel,

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = BA \cdot \omega \sin(\omega t)$$

Den maksimale spenningen er amplituden,

$$U_m = BA \cdot \omega = BA \cdot \frac{2\pi}{T}$$

(Denne formelen finner du også i formelvedlegget).
Arealet av sløyfen er $A = \pi r^2$. Vi får dermed magnetfeltstyrken

$$B = \frac{U_m T}{2\pi^2 r^2} = \frac{(4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}) \cdot (40 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s})}{2\pi^2 \cdot (0{,}10\ \mathrm{m})^2} \approx \underline{0{,}8\ \mathrm{mT}}$$

$$\underline{\underline{\text{Den magnetiske feltstyrken er } B = 0{,}8\ \mathrm{mT}}}$$