Oppgave 1 (V2019 del2, 7 poeng)

Punktene og ligger på en kuleflate *K* slik at *PQ* er en diameter til kuleflaten.

1. Vis at kuleflaten *K* er gitt ved likningen

Planet er gitt ved

1. Bestem eksakt den minste avstanden mellom kuleflaten *K* og planet .

Et plan er gitt ved likningen

1. Vis at avstanden mellom sentrum i kuleflaten *K* og planet er gitt ved
2. Bestem eksakte verdier for *t* slik at planet tangerer kuleflaten *K*.

Oppgave 2 (V2019 del1, 8 poeng)

Vi har gitt punktene , og .

1. Vis at punktene ligger i planet **gitt ved

En linje står normalt på og går gjennom .

1. Bestem en parameterframstilling for .

En kuleflate tangerer i .

1. Forklar at kuleflaten er gitt ved likningen

, for en.

Punktet *P* (4, 1, 1) ligger på kuleflaten.

1. Bestem sentrum til kuleflaten.

Oppgave 3 (V2018 del2, 6 poeng)

En kuleflate er gitt ved

a) Vis at sentrum i kulen er . Bestem radien til kuleflaten.

Et plan er gitt ved

b) Bestem avstanden fra kulens sentrum *S* til planet.

Skjæringen mellom kuleflaten og planet er en sirkel.

c) Bestem arealet av sirkelen.

Oppgave 4 (V2018 del2, 6 poeng)

Gitt punktene og der .

1. Bestem arealet av trekanten *ABC* for .
2. Bruk CAS til å bestemme *t* slik at arealet til trekanten *ABC* blir lik 6.
3. Bestem *t* slik at volumet av pyramiden *ABCD* blir størst mulig.

Oppgave 5 (H2018 del2, 7 poeng)

Sentrum i en kuleflate med radius 2 beveger seg langs en rett linje. Ved tidspunktet *t* vil sentrum i ha koordinatene

1. Bestem en likning for uttrykt ved t.
2. Ved hvilke tidspunkt vil tangere yz-planet?

En annen kuleflate med radius *r* er gitt ved likningen

1. Ved hvilke tidspunkt vil de to kuleflatene og tangere hverandre dersom ?
2. Bestem eksakt den minste verdien til *r* som gjør at de to kulene tangerer hverandre.

Oppgave 6 (H2018 del1, 7 poeng)

Gitt punktene ,) og

1. Bestem og .
2. Vis at A, B og C ligger i planet gitt ved

Gitt punktet , der er et reelt tall.

1. Bestem volumet av tetraederet uttrykt ved s.
2. Bestem det minste volumet tetraederet kan ha.

Oppgave 7 (V2017 del2, 4 poeng)

Vi har gitt punktene , og der .

1. Bruk CAS til å vise at arealet av kan uttrykkes som

1. Bestem det minste arealet som kan ha.

Oppgave 8 (V2017 del1, 6 poeng)

En kule har sentrum i . Punktet ligger på kuleflaten.

1. Bestem en likning for kuleflaten.

Et plan ** tangerer kuleflaten i punktet *P*.

1. Vis at er en likning for planet **.

En annen kule har sentrum i Planet ** tangerer også denne kuleflaten.

1. Bestem likningen til den nye kuleflaten.

Oppgave 9 (V2015 del2, 6 poeng)

Ei linje går gjennom punktene og .

1. Bestem ei parameterframstilling for linja .

Ei kuleflate K har sentrum i origo og radius 5.

1. Bestem skjæringspunkta mellom linja og kuleflata K.

Et plan er gitt ved:

Det er to plan som er parallelle med og som samtidig tangerer kuleflate K.

1. Bestem likningen for hvert av disse planene.

Oppgave 10 (H2017 del2, 8 poeng)

Funksjonen *f* er gitt ved

1. Bruk graftegner til å tegne grafen til *f.*

Tegn også inn linjen gitt ved g(x) = f(x) i samme koordinatsystem i grafen til f.

1. Bruk CAS til å bestemme arealet av sirkelsegmentet avgrenset av grafene til *f* og *g*.

Vi dreier dette sirkelsegmentet 360 om *x*-aksen.

1. Bruk CAS til å bestemme volumet av omdreiningslegemet vi da får.

Funksjonen *F* er gitt ved

Linja gitt av skjer til F i punktene og

Området mellom grafene til *F* og *G* er et sirkelsegment. Vi roterer dette sirkelsegmentet 360  om *x*-aksen.

1. Vis ved hjelp av CAS at volumet av omdreiningslegemet vi da får, er uavhengig av *r*.

Oppgave 11 (H2017 del1, 8 poeng)

Gitt punktene , og .

1. Bestem , og .
2. Vis at punktene A, B og C ligger i planet gitt ved likningen

En linje står normalt på planet α og går gjennom punktet

1. Bestem en parameterframstilling for linjen . Bestem skjæringspunktet mellom linjen og planet α.
2. Bestem volumet av pyramiden ABCT.