Oppgave 1 (V2015 del2, 6 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g\left(x\right)=ax^{3}-x^{2} , D\_{g}=R$$

Grafen til g har en tangent i punktet $P(t , g\left(t\right))$. Tangenten skjærer grafen til g i et annet punkt Q. Se skissen nedenfor.



a) Vis at tangenten har likningen

$$y=\left(3at^{2}-2t\right)x+t^{2}-2at^{3}$$

b) Bruk CAS til å bestemme koordinatene til Q, uttrykt ved a og t.

Oppgave 2 (V2015 del2, 6 poeng)

Bilene i en bilkø holder en fart på *v* km/h. Ifølge køteori vil antall biler *N* som passerer et bestemt sted per minutt være gitt ved modellen

$$N\left(v\right)=\frac{16,7v}{4+0,25v+0,006v^{2}}$$

1. Bruk graftegner til å tegne grafen til *N* for $v\in \left[0, 120\right]$
2. Bestem grafisk hva farten bør være for at minst 25 biler skal kunne passere stedet per minutt.
3. Bestem grafisk hva farten må være for at flest mulig biler skal kunne passere stedet per minutt. Hvor mange biler passerer stedet per minutt da?

Oppgave 3 (V2015 eksempel del2, 3 poeng)

Bruk CAS til skrive funksjonsuttrykket enklere, og tegn grafen til *f* med alle asymptoter

$$f\left(x\right)=\frac{2x+10}{x^{2}-25}+\frac{x}{x+5}-\frac{2}{x-5}$$

Bestem hvor funksjonen er deriverbar og kontinuerlig.

Oppgave 4 (V2015 eksempel del2, 4 poeng)

En drake har målene 5,0 dm og 12,0 dm. Se figuren nedenfor.



1. Vis at arealet av draken kan beskrives ved funksjonen *A* gitt ved

$$A\left(x\right)=x(\sqrt{25-x^{2}}+\sqrt{144-x^{2}}$$

1. Bruk graftegner til å bestemme det største arealet draken kan ha.

Oppgave 5 (V2015 eksempel del2, 4 poeng)

En funksjon *f* er gitt ved

$$f\left(x\right)=ax^{3}+bx^{2}+cx+d , D\_{f}\in R$$



Grafen til *f* har toppunkt *T* når *x*  *p* og bunnpunkt B *når* x *q.*

Bruk CAS til å vise at *x*-koordinaten til vendepunktet *V* (infleksjonspunktet) ligger midt mellom *x*- koordinaten til toppunktet og *x*-koordinaten til bunnpunktet.

Oppgave 6 (H2014 del2, 4 poeng)

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f\left(x\right)=\frac{u}{v}$$

der *u* og *v* er funksjoner av *x*. Vi antar i denne oppgaven at *u*  0 og *v*  0.

Logaritmeregelen for en brøk gir ln(*f* (*x*))  ln*u* ln*v*

1. Bruk logaritmeregelen og kjerneregelen til å bestemme (lnf (x)) uttrykt ved u, v, u og v.
2. Bruk uttrykket fra oppgave a) til å utlede derivasjonsregelen for en brøk.

Oppgave 7 (H2014 del2, 6 poeng)

Ved en bestemt kjemisk reaksjon vil konsentrasjonen av et stoff være gitt ved

$$f\left(t\right)=2,50-2,50⋅e^{-0,012⋅t}$$

der *f* (*t*) er antall millimol per liter av stoffet, *t* sekunder etter at reaksjonen startet.

1. Hva er konsentrasjonen etter 15 s?

Hvor lang tid tar det før konsentrasjonen er 2,00 millimol/L?

1. Tegn grafen til *f*.

Hva vil konsentrasjonen nærme seg dersom den kjemiske reaksjonen går veldig lenge?

Reaksjonshastigheten på et tidspunkt *t* er *f* (*t*).

1. Hva er reaksjonshastigheten når konsentrasjonen er 2,00 millimol/L?

Oppgave 8 (V2014 del2,6 poeng)

Vi skal lage et kar med form som et rett prisme uten lokk. Grunnflaten skal være et kvadrat med side *x* dm, og karet skal ha høyde *h* dm. Vi vil lage karet slik at det samlede overflatearealet blir 12 dm2.

1. Forklar at $x^{2}+4xh=12$. Bestem et uttrykk for h.
2. Bestem hvilke verdier *x* kan ha.
3. Bestem et uttrykk for volumet *V*(*x*) av karet.
4. Vi ønsker å fylle vann i karet. Bestem ved regning *x* slik at karet rommer mest mulig vann. Hvor mange liter blir det da plass til?

Oppgave 9 (V2014 del2, 6 poeng)

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f\left(x\right)=6x⋅e^{-\frac{x^{2}}{8}} , D\_{f}\in R $$

1. Bruk produktregelen og kjerneregelen til å vise at

 $f'\left(x\right)=\frac{3}{2}(4-x^{2})⋅e^{- \frac{x^{2}}{8}} $

1. Tegn grafen til $f'$ for $x\in \left〈-6, 6\right〉 $.
2. Bruk grafen til $f'$ til å bestemme eventuelle topp-, bunn- og vendepunkter på grafen til *f* .

Oppgave 10 (H2013 del2, 6 poeng)

Når grafen til en polynomfunksjon tangerer *x*-aksen i *x*  *a*, har funksjonen minst to like (sammenfallende) nullpunkter i *x*  *a*.



1. Grafen til en andregradsfunksjon *f* er vist på figur 1. Grafen tangerer *x*-aksen i *x*  2. Forklar at $f\left(x\right)=2⋅\left(x-2\right)^{2}$
2. Grafen til en tredjegradsfunksjon *g* er vist på figur 2. Grafen tangerer x-aksen i *x*  3. Forklar at funksjonsuttrykket til *g* kan skrives på formen $g\left(x\right)=k⋅\left(x-3\right)^{2}⋅(x+1)$ Bestem *k*.
3. Grafen til en fjerdegradsfunksjon *h* er vist på figur 3. Grafen tangerer *x*-aksen i *x 2* og i *x*2. Bestem funksjonsuttrykket *h*(*x*).

Oppgave 11 (H2013 eksempel del2, 4 poeng)

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f\left(x\right)=\frac{2x-1}{x+1} , D\_{f}\in R $$

1. Bestem asymptotene til *f.* Tegn grafen til *f* med asymptoter.

Funksjonen *g* er gitt ved

$$g\left(x\right)=x-1 , D\_{f}\in R $$

1. Bestem skjæringspunktene mellom grafene til f og g ved regning.

Oppgave 12 (H2013 eksempel del2, 6 poeng)

|  |  |
| --- | --- |
| Figuren til høyre viser grafen til funksjonen *f* gitt ved $f\left(x\right)=x^{2}-21 , x\in \left[0, \rightarrow \right]$Rektangelet *PSRQ* lages slik at *P* ligger på grafen til *f*, punktene *S* og *R* ligger på *x*-aksen, og *R* og *Q* har førstekoordinat *x*  12. Punktet *S* ligger mellom origo og *R*.1. Forklar at arealet av rektanglet *PSRQ* kan skrives som $A\left(x\right)=-x^{3}+12x^{2}-21x+252 , x\in \left[0, 12\right]$
2. Bestem *A*(*x*) og bruk denne til å bestemme største og minste verdi som arealet av rektanglet kan ha.
3. Tegn grafen til *A*, og kontroller om svarene dine fra oppgave b) stemmer.
 |  |